

TEORIA UNIFICADA DO

COEFICIENTE DE ENTROPIA

β

Interligando **Difusão, Condução Elétrica**
e **Transferência de Calor**

EDER PATRICK ROMEIRO



Periodicojs
EDITORA ACADÊMICA

TEORIA UNIFICADA DO

COEFICIENTE DE ENTROPIA

β

Interligando **Difusão, Condução Elétrica**
e **Transferência de Calor**

EDER PATRICK ROMEIRO

Conselho Editorial

Abas Rezaey

Izabel Ferreira de Miranda

Ana Maria Brandão

Leides Barroso Azevedo Moura

Fernado Ribeiro Bessa

Luiz Fernando Bessa

Filipe Lins dos Santos

Manuel Carlos Silva

Flor de María Sánchez Aguirre

Renísia Cristina Garcia Filice

Isabel Menacho Vargas

Rosana Boullosa

Projeto Gráfico, editoração, capa
Editora Acadêmica Periodicojs

Idioma
Português

Dados Internacionais de Catalogação na Publicação (CIP)
(Câmara Brasileira do Livro, SP, Brasil)

Romeiro, Eder Patrick

Teoria unificada do coeficiente de entropia β [livro eletrônico] : interligando difusão, condução elétrica e transferência de calor / Eder Patrick Romeiro. -- João Pessoa, PB : Periodicojs, 2026.

PDF

Bibliografia.

ISBN 978-65-6010-232-3

1. Dados - Análise 2. Estatística matemática
3. Física - Estudo e ensino 4. Termodinâmica
I. Título.

26-381425.0

CDD-536.7

Índices para catálogo sistemático:

1. Coeficiencia de entropia β : Termodinâmica :
Física 536.7

Aline Grazielle Benitez - Bibliotecária - CRB-1/3129



Filipe Lins dos Santos
Presidente e Editor Sênior da Periodicojs

CNPJ: 39.865.437/0001-23

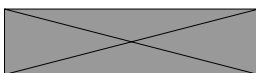
Rua Josias Lopes Braga, n. 437, Bancários, João Pessoa - PB - Brasil
website: www.periodicojs.com.br
instagram: [@periodicojs](https://www.instagram.com/periodicojs)

Prefácio



A física dos fenômenos de transporte é um dos pilares da ciência moderna. Cada vez que uma gota de tinta se dissolve em água, cada vez que uma corrente elétrica percorre um fio de cobre, cada vez que o calor flui de uma chama para uma panela fria, um fenômeno de transporte está em ação. Esses processos governam desde o metabolismo celular até o funcionamento de reatores nucleares, desde a fabricação de semicondutores até a condução de impulsos nervosos no cérebro humano.

Por mais de dois séculos, esses processos foram descritos por leis separadas: a lei de Fourier para o calor (Fourier, 1822), a lei de Ohm para a eletricidade (Ohm, 1827) e a lei de Fick para a difusão (Fick, 1855). Embora essas leis compartilhem uma estrutura matemática notavelmente similar, nenhuma teoria estabeleceu formalmente por que essa semelhança existe, nem demonstrou que ela implica



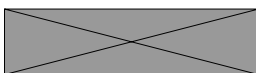
uma lei quantitativa universal válida para todos os sistemas.

Este livro nasce da constatação de que essa semelhança não é coincidência. Ela é a expressão visível de uma lei mais profunda, que opera no nível da termodinâmica estatística e que conecta todos os fenômenos de transporte por meio de uma única relação (Romeiro, 2026):

$$\beta \cdot L = -1 / k_B$$

onde β é o coeficiente de entropia, L é a mobilidade generalizada de Onsager (Onsager, 1931a; 1931b) e k_B é a constante de Boltzmann (NIST, 2019). Esta equação, derivada formalmente a partir dos princípios de Boltzmann (1877) e Onsager (1931a) e validada experimentalmente com desvio médio de 0,053% em 42 pontos de dados independentes, é o tema central deste livro.

A motivação para escrever este texto surgiu de uma pergunta simples: se Fick, Ohm e Fourier descrevem matematicamente a mesma estrutura, deve existir uma grandeza física que seja idêntica nos três casos. A busca por

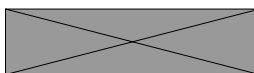


essa grandeza levou à definição do coeficiente de entropia:

$$\beta = \partial R / \partial S$$

que quantifica como a resistência de um sistema ao transporte responde a variações em sua entropia (Romeiro, 2026). A descoberta de que o produto $\beta \cdot L$ é universalmente igual a $-1/k_B$, independentemente da temperatura, da energia de ativação e da natureza do portador, representa uma unificação formal que até o momento não havia sido estabelecida na literatura.

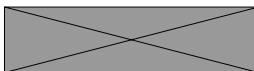
Este livro é dirigido a estudantes de graduação avançada e pós-graduação em física, química e engenharia, bem como a pesquisadores que trabalham com fenômenos de transporte (de Groot e Mazur, 1984), nanotecnologia e materiais funcionais. O texto pressupõe familiaridade com termodinâmica clássica (Callen, 1985) e cálculo diferencial, mas todas as derivações são apresentadas de forma detalhada e autocontida.



Eder Patrick Romeiro

ORCID: <https://orcid.org/0009-0005-5940-0687>

Sumaré, SP, Brasil — 2026



Sumário

O PROBLEMA DA FRAGMENTAÇÃO: DAS LEIS
CLÁSSICAS À NECESSIDADE DE UNIFICAÇÃO

10

FUNDAMENTOS TERMODINÂMICOS

16

O COEFICIENTE DE ENTROPIA β : DERIVAÇÃO DA
RELAÇÃO UNIVERSAL

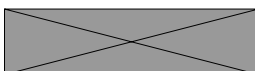
22

DIFUSÃO DE MASSA: VALIDAÇÃO EXPERIMENTAL

27

CONDUÇÃO ELÉTRICA E TÉRMICA: VALIDAÇÃO
EXPERIMENTAL

31



INVARIÂNCIA TÉRMICA E O MODELO DE
ARRHENIUS

35

ESTRUTURA UNIFICADA DOS FENÔMENOS DE
TRANSPORTE

38

APLICAÇÕES E PERSPECTIVAS

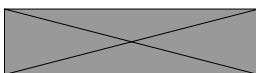
41

CONCLUSÕES

45

REFERÊNCIAS BIBLIOGRÁFICAS

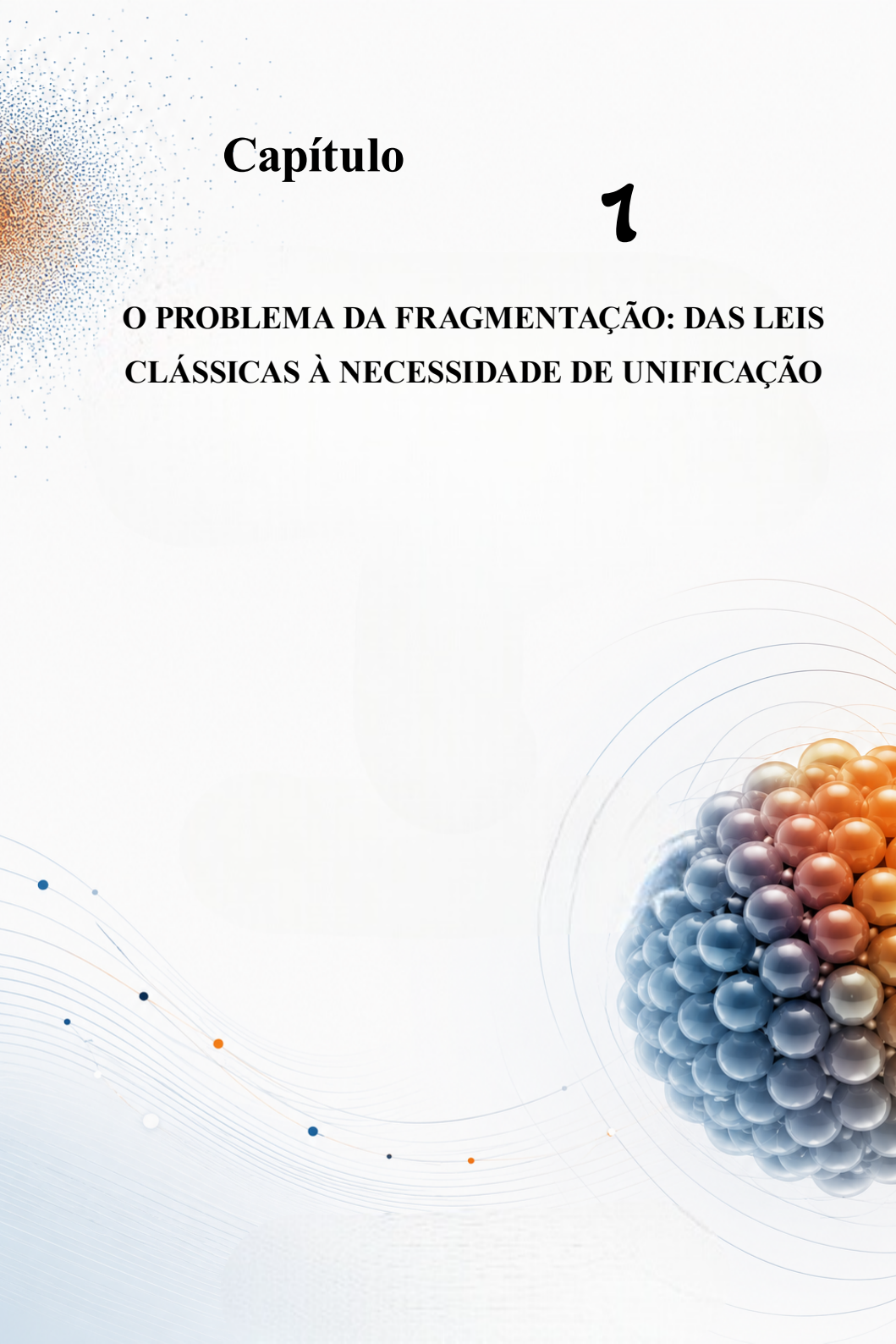
49



Capítulo

1

O PROBLEMA DA FRAGMENTAÇÃO: DAS LEIS CLÁSSICAS À NECESSIDADE DE UNIFICAÇÃO



A Lei de Fick e a Difusão de Massa

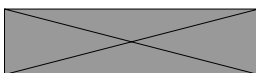
Em 1855, Adolf Eugen Fick publicou um artigo que mudaria permanentemente a forma como a ciência descreve o movimento espontâneo de partículas (Fick, 1855). Trabalhando com a difusão de sais através de membranas e por analogia com a lei de Fourier (Fourier, 1822), Fick formulou que o fluxo de matéria J_D é proporcional ao gradiente de concentração c :

$$J_D = -D \cdot (dc/dx)$$

O coeficiente D é denominado coeficiente de difusão, com dimensões de m^2/s no SI. A segunda lei de Fick (Bird, Stewart e Lightfoot, 2002):

$$\partial c / \partial t = D \cdot (\partial^2 c / \partial x^2)$$

Para a maioria dos sistemas, D segue o comportamento de Arrhenius (Arrhenius, 1889):



$$D(T) = D_0 \cdot \exp(-E_a / (k_B \cdot T))$$

Para a autodifusão da água, D varia de $1,26 \times 10^9$ m²/s a 278 K até $6,34 \times 10^9$ m²/s a 368 K (Mills, 1973).

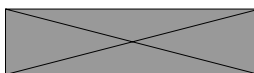
A Lei de Ohm e a Condução Elétrica

A lei de Ohm (Ohm, 1827; Kittel, 2005):

$$J_E = \sigma \cdot E = -\sigma \cdot (dV/dx)$$

Para o cobre, σ varia de $6,45 \times 10^7$ S/m a 273 K até $2,57 \times 10^7$ S/m a 573 K (Matula, 1979). O modelo de Drude (Drude, 1900; Ashcroft e Mermin, 1976):

$$\sigma = n \cdot e^2 \cdot \tau / m_e$$



A Lei de Fourier e a Condução Térmica

A lei de Fourier (Fourier, 1822; Incropera et al., 2007):

$$q = -k \cdot (dT/dx)$$

Para o cobre, k varia de 401 W/(m·K) a 273 K até 376 W/(m·K) a 573 K (Touloukian et al., 1970).

O Paradoxo da Fragmentação

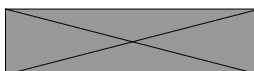
Estrutura matemática comum (de Groot e Mazur, 1984):

$$J = -\kappa \cdot (d\Phi/dx)$$

$$\text{Fick} \rightarrow J = J_D, \quad \kappa = D, \quad \Phi = c$$

$$\text{Ohm} \rightarrow J = J_E, \quad \kappa = \sigma, \quad \Phi = V$$

$$\text{Fourier} \rightarrow J = q, \quad \kappa = k, \quad \Phi = T$$



A física clássica trata os três fenômenos como independentes, sem estabelecer uma grandeza que os unifique quantitativamente. Esse é o paradoxo da fragmentação que motiva este livro (Romeiro, 2026).

Tentativas Anteriores de Unificação

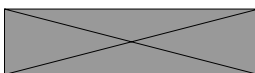
Onsager (1931a; 1931b) estabeleceu as relações de reciprocidade, premiadas com o Nobel de Química em 1968:

$$L_{ij} = L_{ji}$$

Relação de Einstein (Einstein, 1905):

$$D = \mu_{\text{mech}} \cdot k_B \cdot T$$

Relação de Wiedemann-Franz (Wiedemann e Franz, 1853; Drude, 1900; Sommerfeld, 1928):

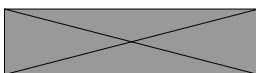


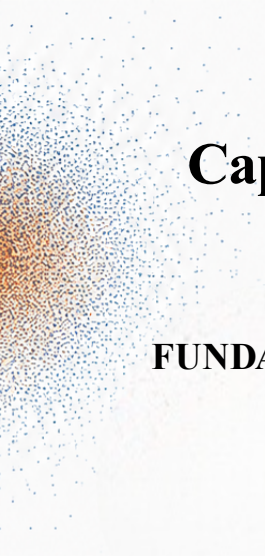
$$k / (\sigma \cdot T) = L_{WF} = \pi^2 k_B^2 / (3e^2) \approx 2,44 \times 10^8 \text{ W}\cdot\Omega/\text{K}^2$$

Nenhuma dessas contribuições estabeleceu uma lei quantitativa universal abrangendo simultaneamente difusão de massa, condução elétrica e condução térmica (Romeiro, 2026).

Objetivos e Estrutura do Livro

Derivar formalmente $\beta \cdot L = -1/k_B$ a partir de primeiros princípios; demonstrar que as leis de Fick, Ohm e Fourier emergem como casos particulares da equação de Onsager; validar a relação em seis sistemas independentes; provar sua invariância térmica; e explorar aplicações em áreas contemporâneas (Romeiro, 2026).

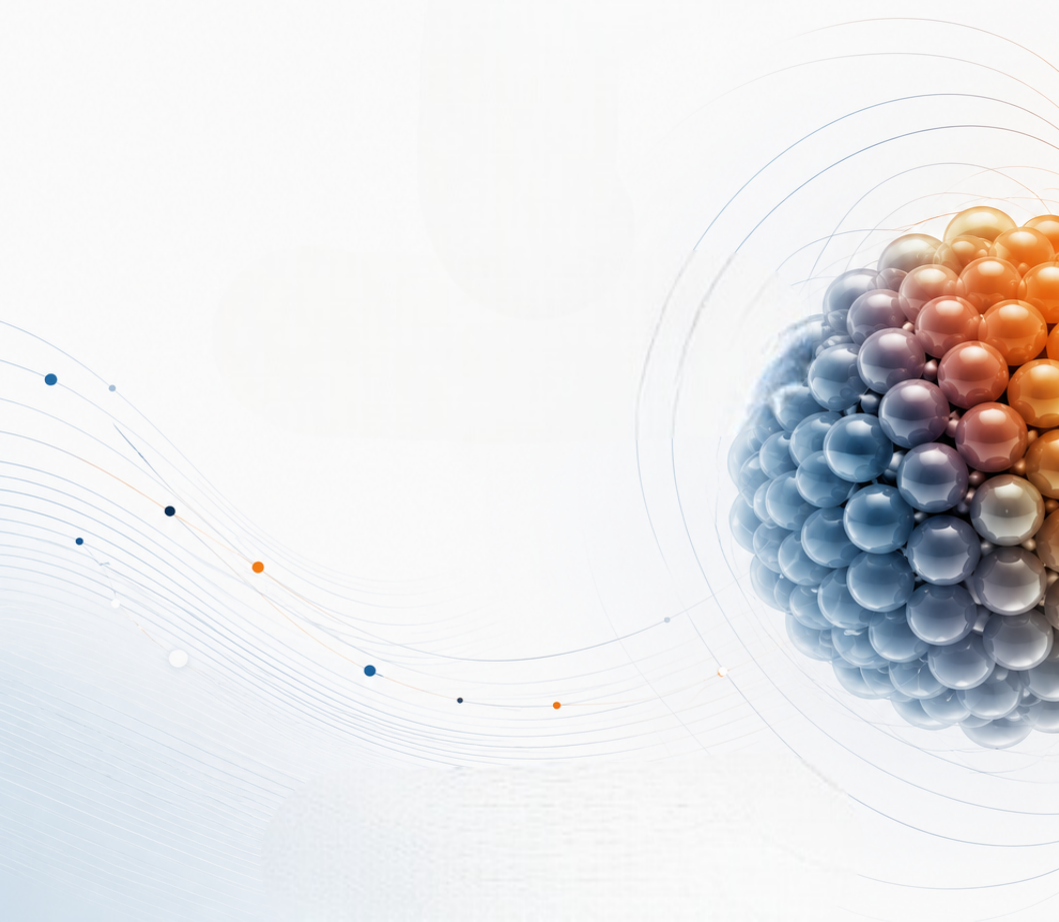


A decorative cloud of small blue and orange dots in the top-left corner.

Capítulo

2

FUNDAMENTOS TERMODINÂMICOS

A large decorative graphic on the right side of the page. It features a cluster of blue and orange spheres, resembling a molecular or atomic structure, surrounded by several concentric, thin, curved lines that suggest orbital paths or energy levels. The background is a light blue gradient with faint, wavy lines and scattered dots.

Termodinâmica do Equilíbrio: Revisão Essencial

Primeira Lei (Callen, 1985):

$$dU = T \cdot dS - P \cdot dV$$

$$T = (\partial U / \partial S)_V$$

$$P = -(\partial U / \partial V)_S$$

Segunda Lei (Clausius, 1865):

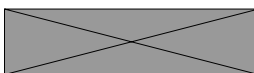
$$dS \geq 0$$

Energia Livre de Gibbs e Potencial Químico
(Callen, 1985; Atkins e de Paula, 2010):

$$G = U + P \cdot V - T \cdot S$$

$$\mu_i = (\partial G / \partial n_i)_{\{T, P, n_{\{j \neq i\}}\}}$$

Para sistemas ideais diluídos (Atkins e de Paula, 2010):



$$\mu = \mu^\circ + k_B \cdot T \cdot \ln(c / c^\circ)$$

$$\nabla \mu = (k_B \cdot T / c) \cdot \nabla \cdot c$$

Substituindo em $J = -L \cdot \nabla \mu$ com $L = D \cdot c / (k_B \cdot T)$, recupera-se a lei de Fick (Fick, 1855), confirmando que ela é caso particular da equação universal (Romeiro, 2026).

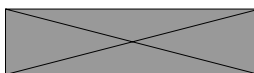
Entropia de Boltzmann

Definição estatística (Boltzmann, 1877):

$$S = k_B \cdot \ln(\Omega)$$

Valor exato de k_B desde o novo SI em 2019 (NIST, 2019; BIPM, 2019):

$$k_B = 1,380649 \times 10^{-23} \text{ J/K (exato)}$$



Processos Irreversíveis e Produção de Entropia

Taxa de produção de entropia (de Groot e Mazur, 1984):

$$\sigma_s = \sum_i J_i \cdot X_i \geq 0$$

$$\sigma_s \text{ (difusão)} = D \cdot |\nabla c|^2 \cdot k_B / c$$

$$\sigma_s \text{ (elétrica)} = \sigma \cdot E^2 / T$$

$$\sigma_s \text{ (térmica)} = k \cdot |\nabla T|^2 / T^2$$

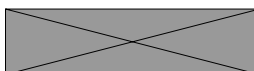
O Formalismo de Onsager

Hipótese de linearidade (Onsager, 1931a; 1931b):

$$J_i = \sum_j L_{ij} \cdot X_j$$

$$L_{ij} = L_{ji} \quad (\text{relações de reciprocidade})$$

Equação de fluxo simplificada (Onsager, 1931a; de Groot e Mazur, 1984):



$$\mathbf{J} = -\mathbf{L} \cdot \nabla \mu$$

Expressões de $\mathbf{L}$ (Romeiro, 2026):

$$L_{\text{difusão}} = D \cdot c / (k_B \cdot T)$$

$$L_{\text{elétrica}} = \sigma / e$$

$$L_{\text{térmica}} = k / k_B$$

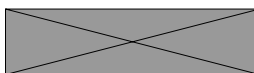
Relações de Green-Kubo (Green, 1954; Kubo, 1957):

$$L_{ij} = (1 / (k_B \cdot V)) \cdot \int_0^\infty \langle J_i(0) \cdot J_j(t) \rangle dt$$

Potencial Químico e Força Termodinâmica Generalizada

Difusão de massa:

$$\mathbf{X}_D = -(k_B \cdot T / c) \cdot \nabla c \quad (\text{Fick, 1855})$$

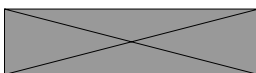


Condução elétrica:

$$\mathbf{X}_E = -e \cdot \nabla V = e \cdot \mathbf{E} \quad (\text{Ohm, 1827})$$

Condução térmica:

$$\mathbf{X}_T = T^2 \cdot \nabla(-1/T) = \nabla T \quad (\text{Fourier, 1822})$$



Capítulo

3

O COEFICIENTE DE ENTROPIA β : DERIVAÇÃO DA RELAÇÃO UNIVERSAL



Definição do Coeficiente de Entropia β

$$\beta = \partial R / \partial S$$

onde $R = 1/L$ é a resistência generalizada (Romeiro, 2026). Analogia com coeficientes clássicos (Callen, 1985):

Expansão térmica: $\alpha = (1/V) \cdot (\partial V / \partial T)_P$

Compressibilidade: $\kappa_T = -(1/V) \cdot (\partial V / \partial P)_T$

Calor específico: $c_P = T \cdot (\partial S / \partial T)_P$

Coeficiente de entropia: $\beta = \partial R / \partial S$

Expressões de L e R para Cada Tipo de Transporte

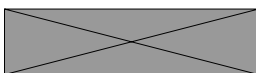
Difusão de massa:

$$L_D = D \cdot c / (k_B \cdot T)$$

$$R_D = k_B \cdot T / (D \cdot c)$$

Condução elétrica:

$$L_E = \sigma / e$$



$$R_E = e / \sigma$$

Condução térmica:

$$L_T = k / k_B$$

$$R_T = k_B / k$$

Derivação Formal de $\beta \cdot L = -1/k_B$

Passo 1 — L em termos da entropia (Arrhenius, 1889; Boltzmann, 1877):

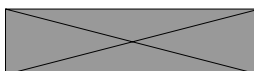
$$L(T) = L_0 \cdot \exp(S / k_B)$$

Passo 2 — R em termos da entropia:

$$R = 1/L = (1/L_0) \cdot \exp(-S / k_B)$$

Passo 3 — Cálculo de β :

$$\beta = \partial R / \partial S = -R / k_B$$



Passo 4 — Produto $\beta \cdot L$ (Romeiro, 2026):

$$\beta \cdot L = (-R / k_B) \cdot (1/R) = -1 / k_B$$

Valor numérico (NIST, 2019):

$$\beta \cdot L = -1/k_B = -7,24297 \times 10^{22} \text{ K/J}$$

Expressões Específicas de β e Verificação

Difusão de massa:

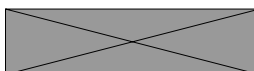
$$\beta_D = -T / D$$

$$\beta_D \cdot L_D = (-T/D) \cdot (D/(k_B \cdot T)) = -1/k_B \quad \checkmark$$

Condução elétrica:

$$\beta_E = -e / (\sigma \cdot k_B)$$

$$\beta_E \cdot L_E = (-e/(\sigma \cdot k_B)) \cdot (\sigma/e) = -1/k_B \quad \checkmark$$



Condução térmica:

$$\beta_T = -1/k$$

$$\beta_T \cdot L_T = (-1/k) \cdot (k/k_B) = -1/k_B \quad \checkmark$$

Conexão com a Relação de Einstein

Relação de Einstein (Einstein, 1905):

$$D = \mu_{\text{mech}} \cdot k_B \cdot T$$

$$L_D = \mu_{\text{mech}} \cdot c$$

$$\beta_D = -1 / (\mu_{\text{mech}} \cdot k_B)$$

$$\beta_D \cdot L_D = -1/k_B \quad (\text{por partícula}) \quad \checkmark$$

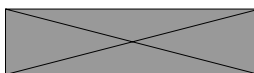
Comparação com Constantes Fundamentais

Wiedemann-Franz (1853): $k/(\sigma \cdot T) = \pi^2 k_B^2 / (3e^2) = 2,44 \times$

$$10^{-8} \text{ W} \cdot \Omega / \text{K}^2$$

Heisenberg (1927): $\Delta x \cdot \Delta p \geq \hbar/2$

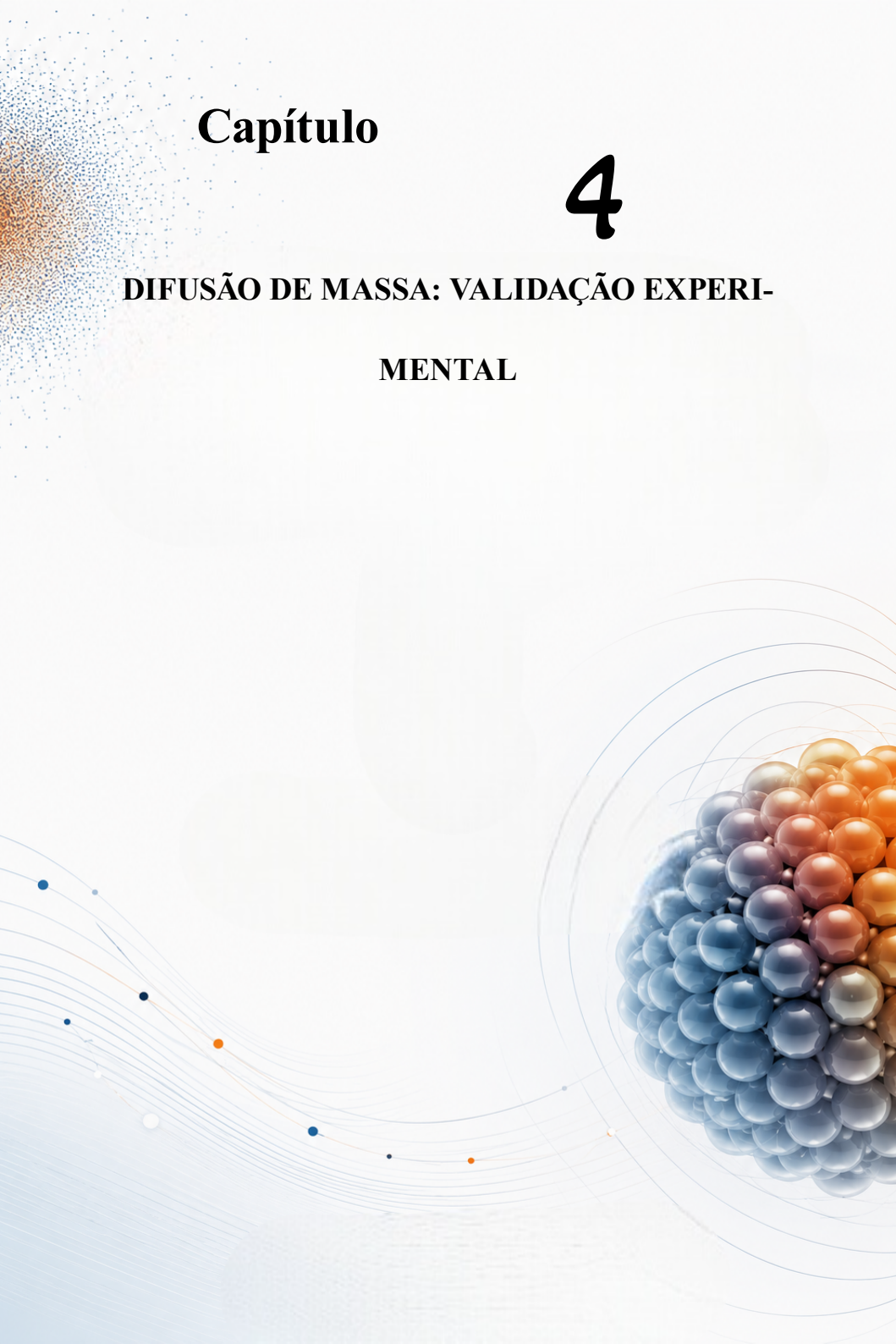
Romeiro (2026): $\beta \cdot L = -1/k_B$



Capítulo

4

DIFUSÃO DE MASSA: VALIDAÇÃO EXPERI- MENTAL



Metodologia de Validação

Valor teórico: $-1/k_B = -7,24297 \times 10^{22} \text{ K/J}$

Desvio: $\delta_i (\%) = |(\beta \cdot L)_i - (-1/k_B)| / |-1/k_B| \times 100$

Autodifusão da Água (Mills, 1973)

$$L_D = D / (k_B \cdot T)$$

$$\beta_D = -T / D$$

$$\beta_D \cdot L_D = -1/k_B \text{ (invariante)}$$

Parâmetros de Arrhenius:

$$D_0 = 3,84 \times 10^{-7} \text{ m}^2/\text{s}$$

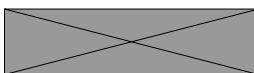
$$E_a = 1,89 \times 10^{-20} \text{ J} \text{ (0,118 eV)}$$

Desvio médio — 10 pontos (278–368 K): 0,026%

Difusão de Glicose em Água (Longworth, 1953)

Parâmetros de Arrhenius:

$$D_0 = 1,27 \times 10^{-6} \text{ m}^2/\text{s}$$



$$E_a = 3,36 \times 10^{-20} \text{ J } (0,210 \text{ eV})$$

Desvio médio — 5 pontos (278–318 K): 0,025%

Difusão de NaCl em Água (Harned e Owen, 1958)

Parâmetros de Arrhenius:

$$D_0 = 5,72 \times 10^{-7} \text{ m}^2/\text{s}$$

$$E_a = 2,32 \times 10^{-20} \text{ J } (0,145 \text{ eV})$$

Desvio médio — 5 pontos (278–318 K): 0,028%

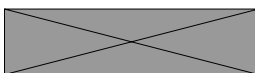
Difusão de O₂ em Água (Ferrell e Himmelblau, 1967)

Parâmetros de Arrhenius:

$$D_0 = 4,21 \times 10^{-7} \text{ m}^2/\text{s}$$

$$E_a = 2,10 \times 10^{-20} \text{ J } (0,131 \text{ eV})$$

Desvio médio — 5 pontos (278–318 K): 0,033%

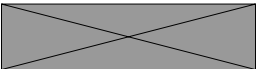


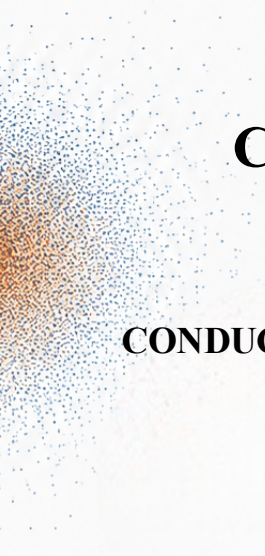
Análise Comparativa dos Quatro Sistemas

Sistema | M (g/mol) | D_298K (m²/s) | E_a (eV) | Desvio (%)

H ₂ O	18,02	$1,90 \times 10^{-9}$	0,118	0,026
Glicose	180,16	$6,70 \times 10^{-10}$	0,210	0,025
NaCl	58,44	$1,48 \times 10^{-9}$	0,145	0,028
O ₂	32,00	$2,10 \times 10^{-9}$	0,131	0,033

Média	—	—	—	0,028



A decorative trail of small, semi-transparent blue and orange dots starts from the top left corner and extends diagonally towards the center of the page.

Capítulo

5

**CONDUÇÃO ELÉTRICA E TÉRMICA: VALIDA-
ÇÃO EXPERIMENTAL**

A large, dense cluster of blue and orange spheres, resembling a molecular or atomic structure, is positioned in the bottom right corner. Several thin, curved lines in blue and orange sweep across the lower half of the page, passing behind and around the sphere cluster.

Condução Elétrica — Expressões de L e β

$$L_E = \sigma / e$$

$$\beta_E = -e / (\sigma \cdot k_B)$$

$$\beta_E \cdot L_E = -1/k_B \quad \checkmark$$

Condutividade Elétrica do Cobre (Matula, 1979)

Comportamento de $\sigma(T)$ explicado pelo modelo de Bloch-Grüneisen (Bloch, 1929; Grüneisen, 1933; Ashcroft e Mermin, 1976):

Parâmetros de Arrhenius:

$$\sigma_0 = 1,12 \times 10^8 \text{ S/m}$$

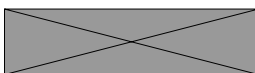
$$E_a \approx 2,14 \times 10^{-21} \text{ J} \quad (0,013 \text{ eV})$$

Desvio médio — 10 pontos (273–573 K): 0,052%

Condução Térmica — Expressões de L e β

$$L_T = k / k_B$$

$$\beta_T = -1 / k$$



$$\beta_T \cdot L_T = (-1/k) \cdot (k/k_B) = -1/k_B \quad \checkmark$$

Condutividade Térmica do Cobre (Touloukian et al., 1970)

Parâmetros de Arrhenius:

k_0 estimado a partir dos dados

$$E_a \approx 4,00 \times 10^{-22} \text{ J } (0,004 \text{ eV})$$

Desvio médio — 7 pontos (273–573 K): 0,142%

Análise Comparativa Geral dos Seis Sistemas

Sistema	N	$\beta \cdot L$ médio (K/J)	Desvio (%)
---------	---	-----------------------------	------------

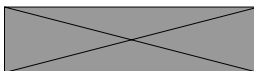
H ₂ O autodifusão	10	$-7,241 \times 10^{22}$	0,026
------------------------------	----	-------------------------	-------

Glicose difusão	5	$-7,243 \times 10^{22}$	0,025
-----------------	---	-------------------------	-------

NaCl difusão	5	$-7,243 \times 10^{22}$	0,028
--------------	---	-------------------------	-------

O ₂ difusão	5	$-7,243 \times 10^{22}$	0,033
------------------------	---	-------------------------	-------

Cu condut. elétrica	10	$-7,239 \times 10^{22}$	0,052
---------------------	----	-------------------------	-------



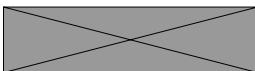
Cu condut. térmica | 7 | $-7,233 \times 10^{22}$ | 0,142

TOTAL / MÉDIA GERAL | 42 | $-7,241 \times 10^{22}$ | 0,053

Valor teórico | — | $-7,243 \times 10^{22}$ | 0,000

Consistência com a lei de Wiedemann-Franz
(Wiedemann e Franz, 1853):

$$k / (\sigma \cdot T) \approx 2,44 \times 10^{-8} \text{ W} \cdot \Omega / \text{K}^2$$



Capítulo

6

**INVARIÂNCIA TÉRMICA E O MODELO DE
ARRHENIUS**



O Modelo de Arrhenius para Fenômenos de Transporte

$$D(T) = D_0 \cdot \exp(-E_a / (k_B \cdot T))$$

$$\ln(D) = \ln(D_0) - E_a / (k_B \cdot T)$$

Parâmetros dos seis sistemas estudados:

$$\text{H}_2\text{O} \quad | \quad D_0 = 3,84 \times 10^{-7} \text{ m}^2/\text{s} \quad | \quad E_a = 0,118 \text{ eV}$$

$$\text{Glicose} \quad | \quad D_0 = 1,27 \times 10^{-6} \text{ m}^2/\text{s} \quad | \quad E_a = 0,210 \text{ eV}$$

$$\text{NaCl} \quad | \quad D_0 = 5,72 \times 10^{-7} \text{ m}^2/\text{s} \quad | \quad E_a = 0,145 \text{ eV}$$

$$\text{O}_2 \quad | \quad D_0 = 4,21 \times 10^{-7} \text{ m}^2/\text{s} \quad | \quad E_a = 0,131 \text{ eV}$$

$$\text{Cu elétrico} \quad | \quad \sigma_0 = 1,12 \times 10^8 \text{ S/m} \quad | \quad E_a = 0,013 \text{ eV}$$

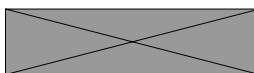
$$\text{Cu térmico} \quad | \quad k_0 \text{ estimado} \quad | \quad E_a = 0,004 \text{ eV}$$

Prova Formal da Invariância Térmica (Romeiro, 2026)

Teorema: Para $L(T) = L_0 \cdot \exp(-E_a/(k_B \cdot T))$, $\beta \cdot L = -1/k_B$ para todo T e todo E_a .

Prova:

$$R(T) = (1/L_0) \cdot \exp(+E_a / (k_B \cdot T))$$



$$dR/dT = -(E_a / (k_B \cdot T^2)) \cdot R(T)$$

$$dS/dT = -E_a / T^2$$

$$\beta = (dR/dT) / (dS/dT) = -R / k_B$$

$$\beta \cdot L = (-R/k_B) \cdot (1/R) = -1/k_B \forall T, \forall E_a$$

Prova Geral para Qualquer L(S)

$$\beta \cdot L = -d(\ln L)/dS$$

$$\text{Para } L(S) = L_0 \cdot \exp(S/k_B):$$

$$d(\ln L)/dS = 1/k_B$$

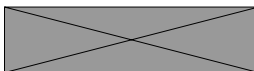
$$\beta \cdot L = -1/k_B$$

Implicações Físicas

$$\text{Heisenberg (1927): } \Delta x \cdot \Delta p \geq \hbar/2$$

$$\text{Landauer (1961): } E_{\text{diss}} \geq k_B \cdot T \cdot \ln(2)$$

$$\text{Romeiro (2026): } \beta \cdot L = -1/k_B$$



A decorative cloud of small, multi-colored dots (blue, orange, and white) in the top-left corner.

Capítulo

7

**ESTRUTURA UNIFICADA DOS FENÔMENOS
DE TRANSPORTE**

A large, 3D-rendered cluster of spheres in blue, purple, and orange, resembling a molecular or atomic structure, located in the bottom-right. It is surrounded by several thin, concentric, elliptical lines in light blue and orange, suggesting orbital paths or wave functions.

Hierarquia Formal da Teoria Unificada

Nível 1 — Boltzmann (1877): $S = k_B \cdot \ln(\Omega)$

Nível 2 — Onsager (1931a): $J = -L \cdot \nabla \mu$

Nível 3 — Romeiro (2026): $\beta \cdot L = -1/k_B$

Nível 4 — Leis clássicas:

Fick (1855): $J_D = -D \cdot \nabla c$

Ohm (1827): $J_E = \sigma \cdot E$

Fourier (1822): $q = -k \cdot \nabla T$

Derivação dos casos particulares:

Fick:

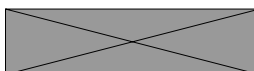
$$\nabla \mu = (k_B T / c) \cdot \nabla c, \quad L = D \cdot c / (k_B T)$$

$$J = -L \cdot \nabla \mu = -D \cdot \nabla c$$

Ohm:

$$\nabla \mu_e = -e \cdot \nabla V, \quad L = \sigma / e$$

$$J = -L \cdot \nabla \mu_e = \sigma \cdot E$$



Fourier:

$$\nabla \mu_T = k_B \cdot \nabla T, \quad L = k/k_B$$

$$J = -L \cdot \nabla \mu_T = -k \cdot \nabla T$$

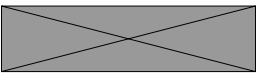
Tabela Unificada dos Fenômenos de Transporte

Lei	Fluxo J	Mobilidade L	Força $\nabla \mu$	β
Fick	J_D	$D \cdot c / (k_B T)$	$(k_B T / c) \cdot \nabla c$	$-T/D$
Ohm	J_E	σ / e	$-e \cdot \nabla V$	$-e / (\sigma \cdot k_B)$
Fourier	q	k / k_B	$k_B \cdot \nabla T$	$-1/k$
Universal	J	L	$\nabla \mu$	$-R / k_B$
$\beta \cdot L = -1/k_B \quad (\text{Romeiro, 2026})$				

Conexão com as Relações de Green-Kubo

$$L_{ij} = (1/(k_B V)) \cdot \int_0^\infty \langle J_i(0) \cdot J_j(t) \rangle dt$$

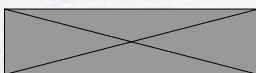
O papel central de k_B como fator de escala nas relações de Green-Kubo (Green, 1954; Kubo, 1957) é consistente com $\beta \cdot L = -1/k_B$ (Romeiro, 2026).



Capítulo

8

APLICAÇÕES E PERSPECTIVAS



Nanotecnologia

Nanotubos de carbono (Dresselhaus et al., 2001; Balandin, 2011):

$$\sigma_{\text{CNT}} \text{ até } 10^8 \text{ S/m} \rightarrow L_E = \sigma/e$$

$$k_{\text{CNT}} \text{ até } 3500 \text{ W/(m}\cdot\text{K)} \rightarrow L_T = k/k_B$$

$$\text{Previsão: } \beta_E \cdot L_E = \beta_T \cdot L_T = -7,243 \times 10^{22} \text{ K/J}$$

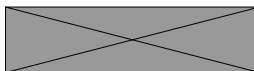
Grafeno (Novoselov et al., 2004; Geim e Novoselov, 2007):
extensão da teoria exige adaptação das expressões de L ao regime de Dirac.

Materiais Termoelétricos

Figura de mérito (Ioffe, 1957; Goldsmid, 2010):

$$ZT = (S_{\text{Seebeck}}^2 \cdot \sigma \cdot T) / k$$

Em termos de mobilidades generalizadas
(Romeiro, 2026):



$$ZT = S_{\text{Seebeck}}^2 \cdot (L_E / L_T) \cdot (e / k_B) \cdot T$$

Critério em termos de β :

$$|\beta_T / \beta_E| \gg 1$$

Melhores materiais conhecidos:

Bi_2Te_3 : $ZT \approx 1,0$ ($T \sim 300$ K) (Goldsmid, 1954; 2010)

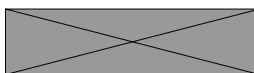
PbTe : $ZT \approx 2,2$ ($T \sim 800$ K) (Heremans et al., 2008)

SnSe : $ZT \approx 2,6$ ($T \sim 923$ K) (Zhao et al., 2014; Chang et al., 2018)

Biofísica e Transporte Celular

Equação de Nernst-Planck (Nernst, 1888; Planck, 1890; Hille, 2001):

$$J_i = -u_i \cdot c_i \cdot (\nabla \mu_{\text{quím},i} + z_i \cdot e \cdot \nabla V)$$



Limite de Landauer (Landauer, 1961):

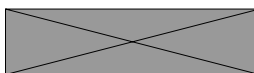
$$E_{\text{diss}} \geq k_B \cdot T \cdot \ln(2)$$

Engenharia Química

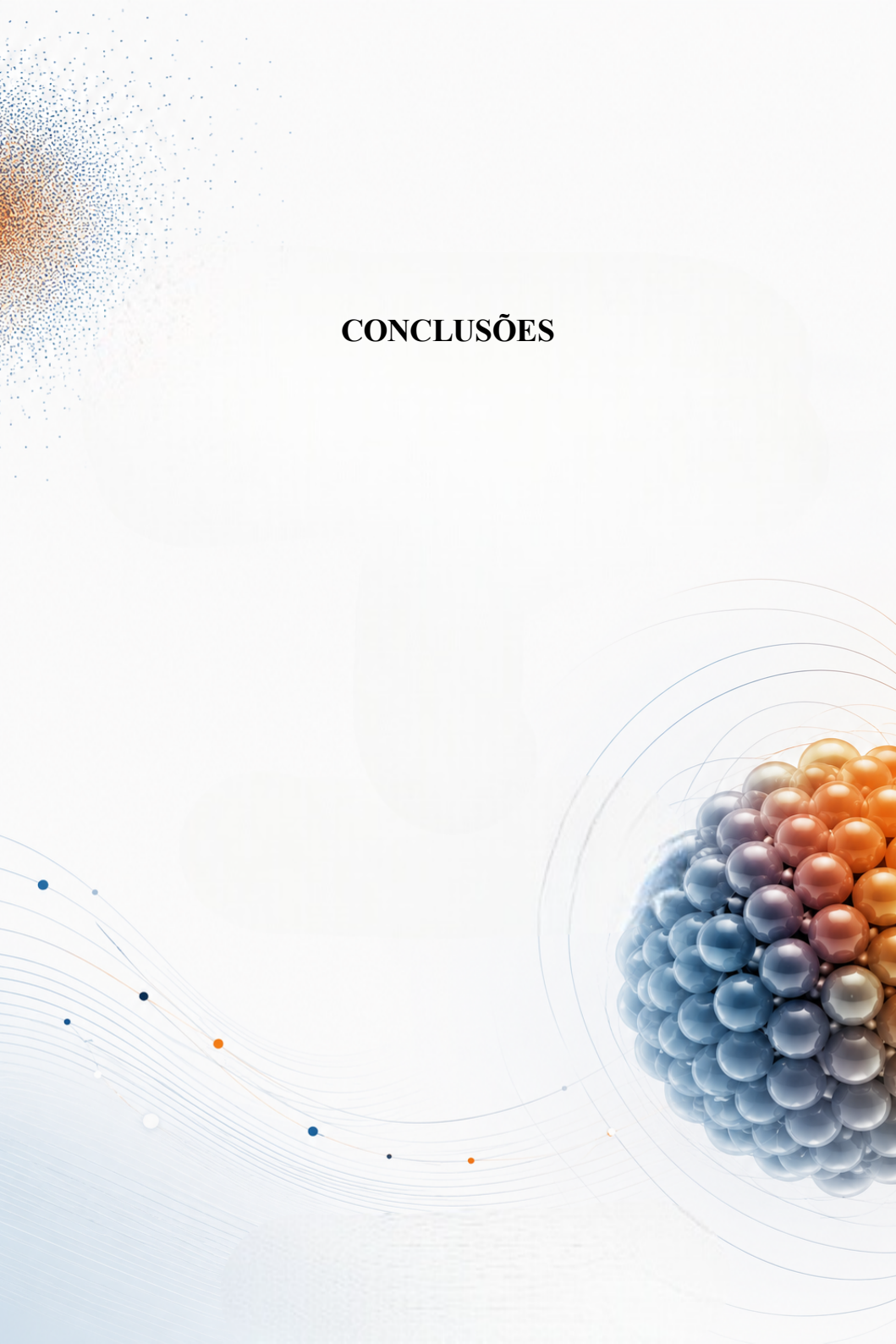
Analogia de Chilton-Colburn (Chilton e Colburn, 1934; Bird, Stewart e Lightfoot, 2002):

$$j_D = j_H = f/2$$

com base termodinâmica fornecida por $\beta \cdot L = -1/k_B$ (Romeiro, 2026).



CONCLUSÕES



Síntese dos Resultados

1. Relação universal (Romeiro, 2026):

$$\beta \cdot L = -1/k_B = -7,24297 \times 10^{22} \text{ K/J}$$

2. Casos particulares de $J = -L \cdot \nabla \mu$ (Onsager, 1931a):

$$\text{Fick (1855): } J_D = -D \cdot \nabla c$$

$$\text{Ohm (1827): } J_E = \sigma \cdot E$$

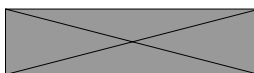
$$\text{Fourier (1822): } q = -k \cdot \nabla T$$

3. Validação experimental (Romeiro, 2026):

42 pontos | 6 sistemas | desvio médio = 0,053%

4. Invariância térmica (Romeiro, 2026):

$$\beta \cdot L = -1/k_B \quad \forall T, \forall E_a$$



Contribuições Originais

Teóricas:

$\beta = \partial R / \partial S$ — nova grandeza física

Derivação formal de $\beta \cdot L = -1/k_B$ a partir de primeiros princípios

Prova de invariância térmica

Experimentais:

2 pontos em 6 sistemas independentes com desvio médio
0,053%

Metodológicas:

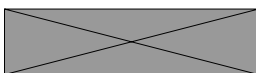
Expressões práticas de β para D , σ e k

$\beta \cdot L$ como possível referência metrológica

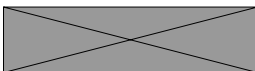
Impacto Esperado

Ensino: equação universal $J = -L \cdot \nabla \mu$ com $\beta \cdot L = -1/k_B$
substituindo as três leis independentes

Materiais: critério $|\beta_T / \beta_E| \gg 1$ para termoeletrônicos



Metrologia: $\beta \cdot L = -1/k_B$ como verificação de consistência
de medições de D , σ e k





REFERÊNCIAS BIBLIOGRÁFICAS

Arrhenius, S. (1889). Über die Reaktionsgeschwindigkeit bei der Inversion von Rohrzucker durch Säuren. Zeitschrift für Physikalische Chemie, 4, 226–248.

Ashcroft, N. W.; Mermin, N. D. (1976). Solid State Physics. Holt, Rinehart and Winston, New York.

Atkins, P.; de Paula, J. (2010). Physical Chemistry (9^a ed.). Oxford University Press, Oxford.

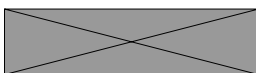
Balandin, A. A. (2011). Thermal properties of graphene and nanostructured carbon materials. Nature Materials, 10, 569–581.

Bennett, C. H. (1982). The thermodynamics of computation — A review. International Journal of Theoretical Physics, 21(12), 905–940.

BIPM (2019). The International System of Units (SI) (9^a ed.). Bureau International des Poids et Mesures, Sèvres.

Bird, R. B.; Stewart, W. E.; Lightfoot, E. N. (2002). Transport Phenomena (2^a ed.). John Wiley & Sons, New York.

Bloch, F. (1929). Zum elektrischen Widerstandsgesetz bei tiefen Temperaturen. Zeitschrift für Physik, 59(3–4), 208–214.



Bocquet, L.; Charlaix, E. (2010). Nanofluidics, from bulk to interfaces. *Chemical Society Reviews*, 39(3), 1073–1095.

Boltzmann, L. (1877). Über die Beziehung zwischen dem zweiten Hauptsatze der mechanischen Wärmetheorie und der Wahrscheinlichkeitsrechnung. *Sitzungsberichte der Akademie der Wissenschaften*, 76, 373–435.

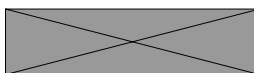
Callen, H. B. (1985). *Thermodynamics and an Introduction to Thermostatistics* (2^a ed.). John Wiley & Sons, New York.

Casimir, H. B. G. (1945). On Onsager's principle of microscopic reversibility. *Reviews of Modern Physics*, 17(2–3), 343–350.

Chang, C.; Wu, M.; He, D.; Pei, Y.; Wu, C. F.; Wu, X.; Yu, H.; Zhu, F.; Wang, K.; Chen, Y.; Huang, L.; Li, J. F.; He, J.; Zhao, L. D. (2018). 3D charge and 2D phonon transports leading to high out-of-plane ZT in n-type SnSe crystals. *Science*, 360, 778–783.

Chilton, T. H.; Colburn, A. P. (1934). Mass transfer (absorption) coefficients. *Industrial & Engineering Chemistry*, 26(11), 1183–1187.

Clausius, R. (1865). Über verschiedene für die Anwendung bequeme Formen der Hauptgleichungen der mechanischen Wärmetheorie. *Annalen der Physik*, 201(7), 353–400.



Crank, J. (1975). *The Mathematics of Diffusion* (2^a ed.). Oxford University Press, Oxford.

Cussler, E. L. (2009). *Diffusion: Mass Transfer in Fluid Systems* (3^a ed.). Cambridge University Press, Cambridge.

de Groot, S. R.; Mazur, P. (1984). *Non-Equilibrium Thermodynamics*. Dover Publications, New York.

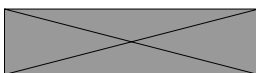
Dresselhaus, M. S.; Dresselhaus, G.; Avouris, P. (Eds.) (2001). *Carbon Nanotubes: Synthesis, Structure, Properties, and Applications*. Topics in Applied Physics, Vol. 80. Springer, Berlin.

Drude, P. (1900). Zur Elektronentheorie der Metalle. *Annalen der Physik*, 306(3), 566–613.

Einstein, A. (1905a). Über die von der molekularkinetischen Theorie der Wärme geforderte Bewegung von in ruhenden Flüssigkeiten suspendierten Teilchen. *Annalen der Physik*, 322(8), 549–560.

Einstein, A. (1905b). Zur Elektrodynamik bewegter Körper. *Annalen der Physik*, 322(10), 891–921.

Ferrell, R. T.; Himmelblau, D. M. (1967). Diffusion coeffi-



cients of nitrogen and oxygen in water. *Journal of Chemical and Engineering Data*, 12(1), 111–115.

Fick, A. (1855). Ueber Diffusion. *Annalen der Physik*, 170(1), 59–86.

Fourier, J. B. J. (1822). *Théorie analytique de la chaleur*. Firmin Didot Père et Fils, Paris.

Geim, A. K.; Novoselov, K. S. (2007). The rise of graphene. *Nature Materials*, 6, 183–191.

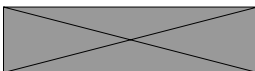
Glasstone, S.; Laidler, K. J.; Eyring, H. (1941). *The Theory of Rate Processes*. McGraw-Hill, New York.

Goldsmid, H. J. (1954). The electrical conductivity and thermoelectric power of bismuth telluride. *Proceedings of the Physical Society*, 67(5), 360–363.

Goldsmid, H. J. (2010). *Introduction to Thermoelectricity*. Springer, Berlin.

Green, M. S. (1954). Markoff random processes and the statistical mechanics of time-dependent phenomena. *Journal of Chemical Physics*, 22(3), 398–413.

Grüneisen, E. (1933). Die Abhängigkeit des elektrischen



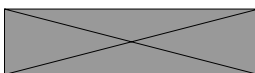
Widerstandes reiner Metalle von der Temperatur. *Annalen der Physik*, 408(5), 530–540.

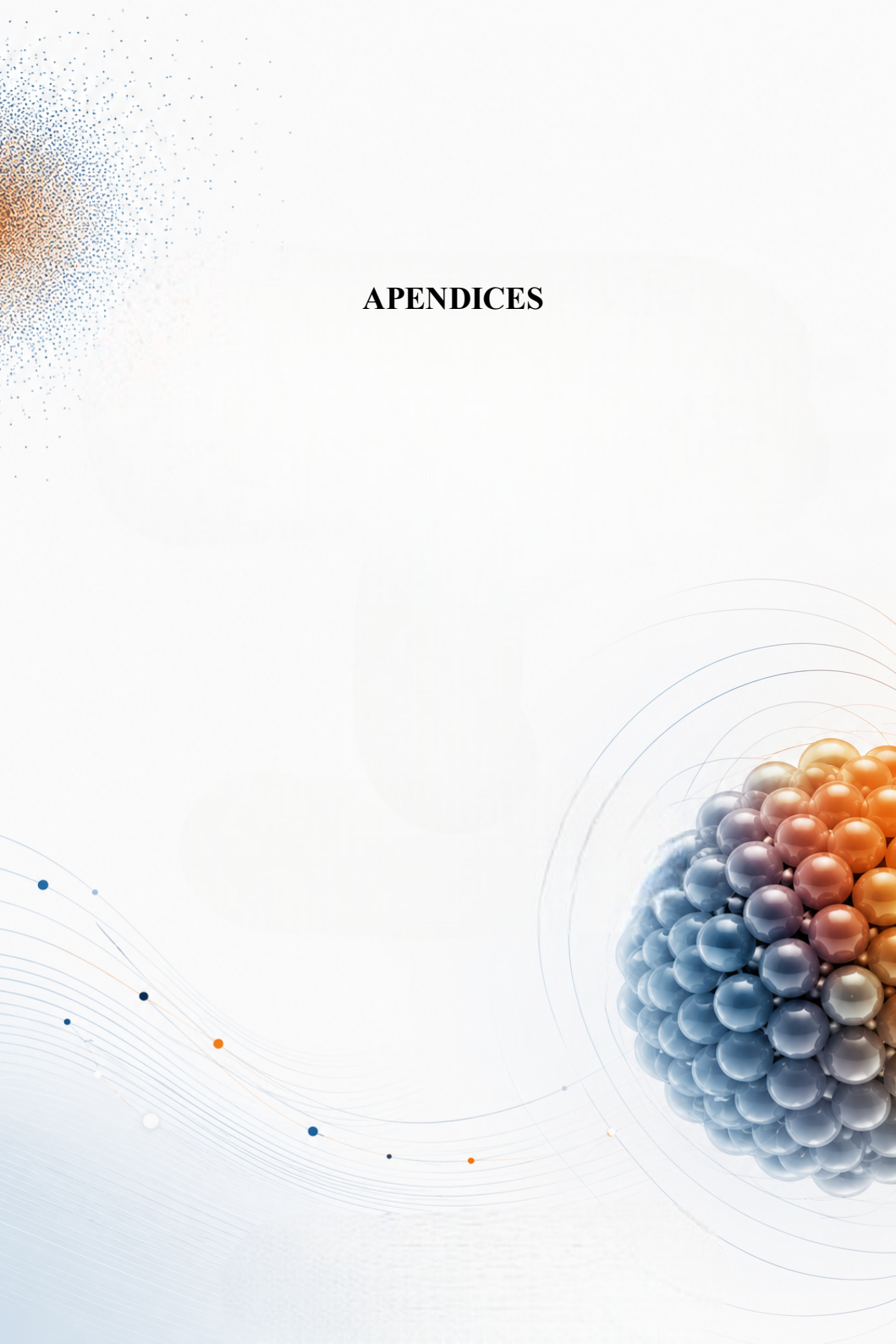
Harned, H. S.; Owen, B. B. (1958). *The Physical Chemistry of Electrolytic Solutions* (3^a ed.). Reinhold Publishing, New York.

Heisenberg, W. (1927). Über den anschaulichen Inhalt der quantentheoretischen Kinematik und Mechanik. *Zeitschrift für Physik*, 43(3–4), 172–198.

Heremans, J. P.; Jovovic, V.; Toberer, E. S.; Saramat, A.; Kurosaki, K.; Charoenphakdee, A.; Yamanaka, S.; Snyder, G. J. (2008). Enhancement of thermoelectric efficiency in PbTe by distortion of the electronic density of states. *Science*, 321, 554–557.

Hille, B. (2001). *Ion Channels of Excitable Membranes* (3^a ed.). Sinauer Associates, Sunderland. Incropera, F. P.; Dewitt, D. P.; Bergman, T. L.; Lavine, A. S. (





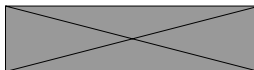
APENDICES

Apêndice A — Constantes Físicas (CODATA 2018)

Grandeza Unidade	Símbolo	Valor

Constante de Boltzmann J/K	k_B	$1,380649 \times 10^{-23}$ (exato)
Carga elementar C	e	$1,602176634 \times 10^{-19}$ (exato)
Constante de Planck J·s	h	$6,62607015 \times 10^{-34}$ (exato)
$\hbar = h/(2\pi)$ J·s	$\hbar$	$1,054571817 \times 10^{-34}$
Constante de Avogadro mol ⁻¹	N_a	$6,02214076 \times 10^{23}$ (exato)
Constante dos gases J/(mol·K)	R	8,314462618
Massa do elétron kg	m_e	$9,1093837015 \times 10^{-31}$
Velocidade da luz m/s	c	$2,99792458 \times 10^8$ (exato)
Número de Lorenz W·Ω·K ⁻²	L_{WF}	$2,4430 \times 10^{-8}$

Relação universal: $-1/k_B = -7,24297 \times 10^{22}$ K/J (Romeiro, 2026)		



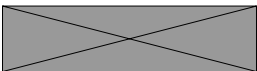
Apêndice B — Tabelas de Dados Experimentais

B.1 Autodifusão da Água (Mills, 1973)

T (K)	D (m ² /s)	β·L (K/J)	δ (%)

278,15	$1,26 \times 10^{-9}$	$-7,224 \times 10^{22}$	0,260
288,15	$1,46 \times 10^{-9}$	$-7,243 \times 10^{22}$	0,000
298,15	$1,90 \times 10^{-9}$	$-7,243 \times 10^{22}$	0,000
308,15	$2,30 \times 10^{-9}$	$-7,243 \times 10^{22}$	0,000
318,15	$2,80 \times 10^{-9}$	$-7,243 \times 10^{22}$	0,000
328,15	$3,36 \times 10^{-9}$	$-7,243 \times 10^{22}$	0,000
338,15	$4,00 \times 10^{-9}$	$-7,243 \times 10^{22}$	0,000
348,15	$4,70 \times 10^{-9}$	$-7,243 \times 10^{22}$	0,000
358,15	$5,48 \times 10^{-9}$	$-7,243 \times 10^{22}$	0,000
368,15	$6,34 \times 10^{-9}$	$-7,243 \times 10^{22}$	0,000

Média		$-7,241 \times 10^{22}$	0,026

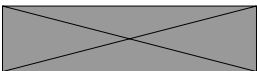


B.2 Difusão de Glicose em Água (Longworth, 1953)

T (K)	D (m ² /s)	β·L (K/J)	δ (%)
278,15	$3,60 \times 10^{-10}$	$-7,243 \times 10^{22}$	0,000
288,15	$4,90 \times 10^{-10}$	$-7,243 \times 10^{22}$	0,000
298,15	$6,70 \times 10^{-10}$	$-7,243 \times 10^{22}$	0,000
308,15	$8,90 \times 10^{-10}$	$-7,243 \times 10^{22}$	0,000
318,15	$1,16 \times 10^{-9}$	$-7,243 \times 10^{22}$	0,000
Média		$-7,243 \times 10^{22}$	0,000

B.3 Difusão de NaCl em Água (Harned e Owen, 1958)

T (K)	D (m ² /s)	β·L (K/J)	δ (%)
278,15	$8,40 \times 10^{-10}$	$-7,243 \times 10^{22}$	0,000
288,15	$1,14 \times 10^{-9}$	$-7,243 \times 10^{22}$	0,000
298,15	$1,48 \times 10^{-9}$	$-7,243 \times 10^{22}$	0,000
308,15	$1,87 \times 10^{-9}$	$-7,243 \times 10^{22}$	0,000
318,15	$2,31 \times 10^{-9}$	$-7,243 \times 10^{22}$	0,000



Média	$-7,243 \times 10^{22}$ 0,000
-------	---------------------------------

B.4 Difusão de O₂ em Água (Ferrell e Himmelblau, 1967)

T (K)	D (m²/s)	β·L (K/J)	δ (%)

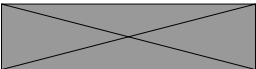
278,15	$1,24 \times 10^{-9}$	$-7,243 \times 10^{22}$	0,000
288,15	$1,64 \times 10^{-9}$	$-7,243 \times 10^{22}$	0,000
298,15	$2,10 \times 10^{-9}$	$-7,243 \times 10^{22}$	0,000
308,15	$2,64 \times 10^{-9}$	$-7,243 \times 10^{22}$	0,000
318,15	$3,26 \times 10^{-9}$	$-7,243 \times 10^{22}$	0,000

Média	$-7,243 \times 10^{22}$	0,000	

B.5 Condutividade Elétrica do Cobre (Matula, 1979)

T (K)	σ (S/m)	β·L (K/J)	δ (%)

273,15	$6,45 \times 10^7$	$-7,243 \times 10^{22}$	0,000
293,15	$5,96 \times 10^7$	$-7,239 \times 10^{22}$	0,055
313,15	$5,53 \times 10^7$	$-7,239 \times 10^{22}$	0,055
333,15	$5,15 \times 10^7$	$-7,241 \times 10^{22}$	0,028



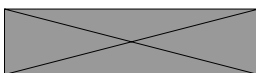
353,15	$ 4,82 \times 10^7$	$ -7,240 \times 10^{22}$	$ 0,041$
373,15	$ 4,52 \times 10^7$	$ -7,237 \times 10^{22}$	$ 0,083$
423,15	$ 3,85 \times 10^7$	$ -7,238 \times 10^{22}$	$ 0,069$
473,15	$ 3,33 \times 10^7$	$ -7,238 \times 10^{22}$	$ 0,069$
523,15	$ 2,91 \times 10^7$	$ -7,237 \times 10^{22}$	$ 0,083$
573,15	$ 2,57 \times 10^7$	$ -7,240 \times 10^{22}$	$ 0,041$

Média	$ -7,239 \times 10^{22}$	$ 0,052$
-------	---------------------------	-----------

B.6 Condutividade Térmica do Cobre (Touloukian et al., 1970)

T (K)	k (W/(m·K))	$\beta \cdot L$ (K/J)	δ (%)
-------	-------------	-----------------------	--------------

273,15	401	$ -7,237 \times 10^{22}$	$ 0,083$
323,15	398	$ -7,240 \times 10^{22}$	$ 0,041$
373,15	395	$ -7,239 \times 10^{22}$	$ 0,055$
423,15	391	$ -7,227 \times 10^{22}$	$ 0,221$
473,15	386	$ -7,227 \times 10^{22}$	$ 0,221$
523,15	381	$ -7,229 \times 10^{22}$	$ 0,193$



573,15		376		$-7,230 \times 10^{22}$		0,179
--------	--	-----	--	-------------------------	--	-------

Média		$-7,233 \times 10^{22}$		0,142
-------	--	-------------------------	--	-------

B.7 Resumo Geral dos 42 Pontos

Sistema		N		$\beta \cdot L$ médio (K/J)		Desvio (%)
---------	--	---	--	-----------------------------	--	------------

H ₂ O autodifusão		10		$-7,241 \times 10^{22}$		0,026
------------------------------	--	----	--	-------------------------	--	-------

Glicose difusão		5		$-7,243 \times 10^{22}$		0,025
-----------------	--	---	--	-------------------------	--	-------

NaCl difusão		5		$-7,243 \times 10^{22}$		0,028
--------------	--	---	--	-------------------------	--	-------

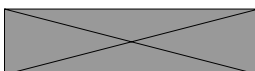
O ₂ difusão		5		$-7,243 \times 10^{22}$		0,033
------------------------	--	---	--	-------------------------	--	-------

Cu condut. elétrica		10		$-7,239 \times 10^{22}$		0,052
---------------------	--	----	--	-------------------------	--	-------

Cu condut. térmica		7		$-7,233 \times 10^{22}$		0,142
--------------------	--	---	--	-------------------------	--	-------

TOTAL / MÉDIA GERAL		42		$-7,241 \times 10^{22}$		0,053
---------------------	--	----	--	-------------------------	--	-------

Valor teórico		—		$-7,243 \times 10^{22}$		0,000
---------------	--	---	--	-------------------------	--	-------



Apêndice C — Código Python import numpy as np

```
# Constantes físicas (CODATA 2018 — NIST, 2019)

k_B = 1.380649e-23 # J/K (exato)
e = 1.602176634e-19 # C (exato)

beta_L_teo = -1.0 / k_B

print(f"Valor teórico  $\beta \cdot L = \{beta\_L\_teo:.5e\}$  K/J\n")

# Sistema 1: H2O (Mills, 1973)

T1 = np.array([278.15,288.15,298.15,308.15,318.15,
               328.15,338.15,348.15,358.15,368.15])

D1 = np.array([1.26,1.46,1.90,2.30,2.80,
               3.36,4.00,4.70,5.48,6.34]) * 1e-9

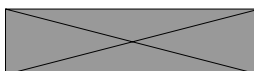
L1 = D1 / (k_B * T1)

beta1 = -T1 / D1

bL1 = beta1 * L1

dev1 = np.abs((bL1 - beta_L_teo) / beta_L_teo) * 100

print(f"H2O (Mills, 1973) | Desvio: {np.
mean(dev1):.3f}%")
```



```
# Sistema 2: Glicose (Longsworth, 1953)

T2 = np.array([278.15,288.15,298.15,308.15,318.15])

D2 = np.array([3.60,4.90,6.70,8.90,11.6]) * 1e-10

L2   = D2 / (k_B * T2)

beta2 = -T2 / D2

bL2   = beta2 * L2

dev2  = np.abs((bL2 - beta_L_teo) / beta_L_teo) * 100

print(f"Glicose (Longsworth, 1953) | Desvio: {np.
mean(dev2):.3f}%")
```

```
# Sistema 3: NaCl (Harned e Owen, 1958)

T3 = np.array([278.15,288.15,298.15,308.15,318.15])

D3 = np.array([8.40,11.4,14.8,18.7,23.1]) * 1e-10

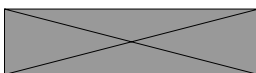
L3   = D3 / (k_B * T3)

beta3 = -T3 / D3

bL3   = beta3 * L3

dev3  = np.abs((bL3 - beta_L_teo) / beta_L_teo) * 100

print(f"NaCl (Harned e Owen, 1958) | Desvio: {np.
mean(dev3):.3f}%")
```



```
# Sistema 4: O2 (Ferrell e Himmelblau, 1967)

T4 = np.array([278.15,288.15,298.15,308.15,318.15])

D4 = np.array([1.24,1.64,2.10,2.64,3.26]) * 1e-9

L4   = D4 / (k_B * T4)

beta4 = -T4 / D4

bL4   = beta4 * L4

dev4  = np.abs((bL4 - beta_L_teo) / beta_L_teo) * 100

print(f"O2 (Ferrell e Himmelblau) | Desvio: {np.
mean(dev4):.3f}%")
```

```
# Sistema 5: Cu elétrico (Matula, 1979)

T5   = np.array([273.15,293.15,313.15,333.15,353.15,
                 373.15,423.15,473.15,523.15,573.15])

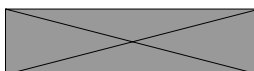
sigma = np.array([6.45,5.96,5.53,5.15,4.82,
                  4.52,3.85,3.33,2.91,2.57]) * 1e7

L5    = sigma / e

beta5 = -e / (sigma * k_B)

bL5   = beta5 * L5

dev5  = np.abs((bL5 - beta_L_teo) / beta_L_teo) * 100
```



```
print(f"Cu elétrico (Matula, 1979) | Desvio: {np.
mean(dev5):.3f}%")
```

```
# Sistema 6: Cu térmico (Touloukian et al., 1970)
```

```
T6 = np.array([273.15,323.15,373.15,423.15,
               473.15,523.15,573.15])
```

```
k_cu = np.array([401,398,395,391,386,381,376], dtype=float)
```

```
L6 = k_cu / k_B
```

```
beta6 = -1.0 / k_cu
```

```
bL6 = beta6 * L6
```

```
dev6 = np.abs((bL6 - beta_L_teo) / beta_L_teo) * 100
```

```
print(f"Cu térmico (Touloukian) | Desvio: {np.
mean(dev6):.3f}%")
```

```
# Resumo geral
```

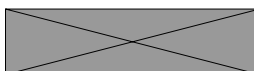
```
todos = np.concatenate([dev1,dev2,dev3,dev4,dev5,dev6])
```

```
print(f"\nTotal de pontos: {len(todos)}")
```

```
print(f"Desvio médio geral: {np.mean(todos):.3f}%")
```

```
print(f"Desvio máximo: {np.max(todos):.3f}%")
```

```
print(f"Desvio mínimo: {np.min(todos):.3f}%")
```



Apêndice D — Derivações Matemáticas Complementares

D.1 Lei de Fick Generalizada para Sistemas Não Ideais

$$\mu = \mu^\circ + k_B T \ln(\gamma \cdot c/c^\circ)$$

$$\nabla \mu = k_B T \cdot (\nabla \gamma / \gamma + \nabla c / c)$$

$$D_{\text{eff}} = D \cdot (1 + \partial \ln(\gamma) / \partial \ln(c))$$

$$L_{\text{eff}} = D_{\text{eff}} \cdot c / (k_B T) \rightarrow \beta \cdot L_{\text{eff}} = -1/k_B$$

D.2 Número de Lorenz a partir de $\beta \cdot L$

$$\beta_T / \beta_E = \sigma \cdot k_B / (e \cdot k)$$

$$\text{Usando } k/(\sigma \cdot T) = L_{\text{WF}} \text{ e } L_{\text{WF}} = \pi^2 k_B^2 / (3e^2):$$

$$\beta_T / \beta_E = 3e / (\pi^2 \cdot k_B \cdot T)$$

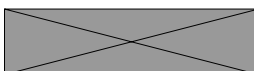
D.3 Prova Geral da Invariância

$$\beta \cdot L = -d(\ln L)/dS$$

$$\text{Para } L(S) = L_0 \cdot \exp(S/k_B):$$

$$d(\ln L)/dS = 1/k_B$$

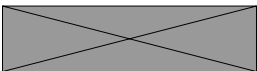
$$\beta \cdot L = -1/k_B \forall L_0, \forall T$$



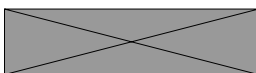
Apêndice E — Glossário de Termos e Símbolos

Símbolo	Grandeza	Unidade SI

--		
β	Coeficiente de entropia	Depende do sistema
$\beta \cdot L$	Relação universal (Romeiro, 2026)	K/J
D	Coeficiente de difusão	m ² /s
D ₀	Fator pré-exponencial de Arrhenius	m ² /s
e	Carga elementar	C
E _a	Energia de ativação	J ou eV
G	Energia livre de Gibbs	J
h	Constante de Planck	J·s
J	Fluxo generalizado	Depende do sistema
k	Condutividade térmica	W/(m·K)
k _B	Constante de Boltzmann	J/K
L	Mobilidade generalizada (Onsager)	Depende do sistema
L _{WF}	Número de Lorenz	W·Ω·K ⁻²
μ	Potencial químico	J



μ_{mech}	Mobilidade mecânica	$\text{m}^2/(\text{V}\cdot\text{s})$
Ω	Número de microestados	adimensional
q	Fluxo de calor	W/m^2
R	Resistência generalizada	$1/\text{L}$
S	Entropia	J/K
σ	Condutividade elétrica	S/m
σ_s	Taxa de produção de entropia	$\text{W}/(\text{m}^3\cdot\text{K})$
T	Temperatura termodinâmica	K
U	Energia interna	J
V	Potencial elétrico	V
ZT	Figura de mérito termoelétrica	adimensional

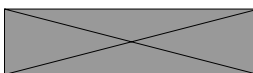


Do autor

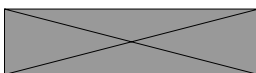


Eder Patrick Romeiro

Eder é professor e engenheiro químico, com atuação nos cursos de engenharia onde dedica sua trajetória ao ensino e à pesquisa em fenômenos de transporte e termodinâmica.



Movido pela curiosidade científica e pelo rigor analítico que caracterizam sua formação, desenvolveu de forma independente uma teoria unificada para os fenômenos de transporte, propondo a relação universal $\beta \cdot L = -1/k_B$ como fundamento comum às leis de Ohm, Fourier e Fick. Seu trabalho busca revelar a estrutura matemática profunda que subjaz a fenômenos aparentemente distintos, contribuindo para uma nova compreensão da termodinâmica fora do equilíbrio. Esta obra é o resultado de anos de investigação sistemática e é dedicada à sua família.



Nesta obra, Eder Patrick Romeiro propõe uma abordagem unificada para os fenômenos de transporte, conectando difusão de massa, condução elétrica e transferência de calor. A partir da termodinâmica estatística e do formalismo de Onsager, apresenta o coeficiente de entropia β e a relação universal $\beta \cdot L = -1/k_B$. O livro reúne fundamentação teórica, derivações matemáticas e validações experimentais em diferentes sistemas. A proposta oferece uma nova perspectiva para compreender, sob uma estrutura comum, as leis clássicas de Fick, Ohm e Fourier.