

HERÁCLITO, PARMÊNIDES E ZENÃO: A HISTÓRIA MATEMÁTICA DA REDUCTIO AD ABSURDUM

HERACLITUS, PARMENIDES AND ZENO: THE MATHEMATICAL HISTORY OF THE REDUCTIO AD ABSURDUM

Raquel Anna Sapunaru

Douglas Frederico G. Santiago

Anderson L Porto

Beatriz R. Moraes

Luísa M. Verissimo

Resumo: O presente artigo conta a história da prova conhecida como reductio ad absurdum, através das biografias de Heráclito, Parmênides e seu discípulo Zenão. Dá-se uma ênfase aos paradoxos de Zenão e algumas demonstrações clássicas da matemática moderna, nas quais a prova por reductio ad absurdum é utilizada largamente. Em outras palavras, pretende-se discutir a história lógica-matemática

da reductio ad absurdum, a partir do nascimento da lógica em Heráclito, Parmênides e Zenão e ipso facto estabelecer uma relação entre Heráclito, Parmênides e Zenão e a lógica-matemática moderna. O método utilizado foi o bibliográfico, referenciando-se, principalmente fontes secundárias devido à natureza estritamente teórica do assunto.

Palavras-chave: Reductio ad



Absurdum; Heráclito; Parmênides; Zenão.

Abstract: This article tells the story of the proof known as reductio ad absurdum, through the biographies of Heraclitus, Parmenides and his disciple Zeno. Emphasis is placed on Zeno's paradoxes and some classic demonstrations of modern mathematics, in which proof by reductio ad absurdum is used widely. In other words, we intend to discuss the logical-mathematical history of reductio ad absurdum, from the birth of logic in Heraclitus, Parmenides and Zeno and ipso facto to establish a relationship between Heraclitus, Parmenides and Zeno and modern mathematical logic. The method used was the bibliographic, referring mainly to secondary sources due to the strictly theoretical nature of the subject.

Keywords: Reductio ad Absurdum; Heraclitus; Parmenides; Zeno.

Introdução

Segundo Bertrand Russell (1957) e Danilo Marcondes (1997), há duas correntes opostas com relação ao papel desempenhado pelos gregos antigos. Na primeira, eles são considerados semideuses e “homens de gênio sobre-humano”, sendo responsáveis pela invenção do que há de melhor. Assim, os humanos contemporâneos jamais serão capazes de se igualar a eles. A segunda, motivada pelos sucessos da ciência, considera que a maior parte das contribuições dos antigos no pensamento científico atual, deve ser esquecida. Aqui trabalha-se com uma mistura das



duas. Os gregos antigos contribuíram muito, mas não abarcaram tudo.

A filosofia se ocupa em fazer o refinamento e a reformulação gradual de cada uma das ideias existentes sobre os gregos antigos, no que dizem respeito às participações na construção de estruturas do mundo e da natureza. A maioria das hipóteses estudadas pelos filósofos modernos foram inicialmente formuladas pelos gregos, que possuíam, nas palavras de Russell, uma “[...] força imaginativa em matérias abstratas que jamais poderá ser suficientemente elogiada” (1957, p. 53). A contribuição deles na matemática, como por exemplo, na geometria, e nas artes do raciocínio dedutivo, demonstraram-se serem mais permanentes para o pensamento abstrato. Na matemática, utiliza-se o raciocínio lógico dedutivo, partindo de

premissas básicas teóricas aceitas sem análise, e não do raciocínio indutivo, que utiliza algo que foi observado para basear suas teorias. Vários gregos antigos contribuíram para alicerçar o conhecimento matemático moderno, mas, em se tratando da Lógica, três nomes se destacaram: Heráclito, Parmênides e Zenão. Por isso, cabe aqui uma breve biografia desses filósofos.

Sobre Heráclito, as datas exatas de seu nascimento e morte são desconhecidas, segundo Bornheim (1977). Pouco se conhece, sobre o que ele fez durante os anos de sua vida, mas sabe-se que pertencia à aristocracia. Heráclito não era muito amável, e além de desdenhoso, falava mal de todos os seus antecessores eminentes. Assim como muitos filósofos de sua época, Heráclito procurava o princípio que governava o mundo e as coi-



sas. Apoiou-se no fogo como a substância responsável pela composição básica da matéria. Sua doutrina era baseada na luta entre os opostos e na ideia de que as coisas se encontram em um fluxo constante, em uma mudança contínua, no devir¹. Em sua obra resgatada havia mais de cem fragmentos, vistos como complexos e enigmáticos.

Tal como Heráclito, pouco se sabe a respeito da vida de Parmênides. Existem divergências entre os autores a respeito da época da sua existência. Como seu opositor, teria pertencido a uma família rica e de alta posição social. Parmênides teve significativa atuação política por ter elaborado uma importante legislação. Ele se opunha ao mobilismo e a ideologia de Heráclito a respeito dos contrários e do de-

1 O termo “devir” significa “transformar-se”. Trata-se da transformação em curso de algo.

vir. O poema de Parmênides, sua grande obra, oferece uma doutrina profunda e de difícil interpretação e encontra-se dividido em três partes, a saber: o prólogo; o caminho da verdade; e; o caminho da opinião.

As informações sobre a vida de Zenão são escassas. De acordo com Bornheim (1977), Zenão teria participado de um movimento conspiratório contra um tirano da época e assim morreu, ao ser descoberto. Ele escreveu apenas um livro e acredita-se que tenha feito isso em sua juventude. Foi um grande apoiador das ideias de Parmênides, de quem teria sido discípulo. Sua figura é conhecida principalmente por seu método distinto de argumentação que consiste em paradoxos. Neles, Zenão aceita o posicionamento de seus adversários para depois apontar suas contradições. A presença dessas contra-



dições leva a uma argumentação por *reductio ad absurdum*. Nas ideias desses três pré-socráticos encontra-se o nascimento da lógica.

Para Conford (1957), Bornheim (1977), Jeager (2003) e D'Ottaviano e Gomes (2017), a palavra lógica origina-se da palavra *logos* que significa conhecimento, razão e linguagem. A lógica ocupa-se do entendimento e da razão humana, buscando compreender a natureza como um todo. Entretanto, pode também ser vista como uma razão universal, efetiva e imutável. A partir disso, a lógica assume um princípio cosmológico e, portanto, nasce uma relação entre essa, a natureza e o cosmo. A lógica surge das ideologias opostas de Heráclito e Parmênides. O primeiro aponta a lógica da diferença, da mudança, do devir, e, o segundo a lógica da identidade,

do uno. Aqui, discorre-se sobre um aspecto da lógica matemática formal, nascido das diferenças de ideias entre Heráclito e Parmênides:

[A lógica matemática formal é] formada como resultado da aplicação, no campo da lógica, dos métodos formais da matemática baseados no uso de uma linguagem especial de símbolos e fórmulas. Na lógica matemática, o pensamento lógico do conteúdo, processos de julgamento e demonstração, é estudado por meio de sistemas lógicos formais ou cálculos. Acontece, então, que a lógica matemática contém generalizações de longo alcance, e o desenvolvimento das ideias e métodos da lógica formal tradicional constitui precisamente o estágio atual



do desenvolvimen-
to da lógica formal.
(Rosental & Iudin,
1973, p. 280).

E a *reductio ad absurdum* é “[...] um processo de inferência por meio do qual se pode descrever uma proposição X a partir do facto de uma hipótese X conduzir a uma contradição.” (Branquinho, Murcho, & Gomes, 2005, p. 609).

As Ideias De Heráclito

Para Russell (1957) e Marcondes (1997), Heráclito foi o primeiro a inventar uma teoria que ainda exerce alguma influência nos dias de hoje. Ele foi famoso na antiguidade graças à sua doutrina de que tudo que existe está em um estado fluente. Nas palavras de Russell: “A doutrina de Heráclito sobre o fluxo chama a atenção para o fato de todas as

coisas estarem envolvidas em alguma espécie de movimento. A etapa seguinte da filosofia grega nos leva ao outro extremo da escala e nega completamente o movimento.” (1957, p. 34). Seguem alguns exemplos do pensamento de Heráclito que ilustram bem a análise de Russell e Marcondes: “(O Sol é) novo todos os dias.” (Bornheim, 1977, p. 36); “Tudo se faz por contraste; da luta dos contrários nasce a mais bela harmonia.” (Bornheim, 1977, p. 36); e; “O frio torna-se quente, o quente frio, o úmido seco e o seco úmido.” (Bornheim, 1977, p. 43).

Além disso, para Heráclito, a alma era uma mistura de água e fogo, sendo a alma que possui mais fogo, denominada “seca” e a que possui mais água, “úmida”; o fogo era a substância fundamental. Em suma, ele acreditava na unidade do mundo,



formada pela união de elementos opostos, combinados para produzir um movimento harmonioso. Para Heráclito tudo se encontra em um estado de fluidez.

“As coisas pares são inteiras e não inteiras, o unido e o separado, o harmonioso e o discordante. O uno é feito de todas as coisas, e todas as coisas provêm do uno.” (Russell, 1957, p. 57) e “Não se pode pisar duas vezes nos mesmos rios, pois as águas novas estão sempre fluindo sobre ti.” (Russell, 1957, p. 57). Nestes fragmentos, fica explícita a ligação de Heráclito com o movimento permanente. Contudo, na análise de Russell (1957), a ciência, na tentativa de livrar-se da ideia de fluxo perpétuo, buscou algo permanente nas transformações e acabou recorrendo à química. Primeiro, o fogo, que parecia apenas destruir tudo, foi descoberto apenas

como um agente transformador: todos os átomos existentes antes da combustão continuam presentes depois da mesma. Depois, pensou-se que os átomos eram as unidades indestrutíveis, até a descoberta da radioatividade e essa teoria ser derrubada. Posteriormente, descobriu-se os elétrons e os prótons como componentes dos átomos. Porém, esses também não eram as unidades básicas, pois eram formados por outras coisas.

Heráclito buscava a resposta e seu conhecimento no devir, abominando a ideia do “Ser” imóvel. Por devir, entende-se:

[Uma] Categoria filosófica que expressa a variabilidade substancial de coisas e fenômenos, sua transformação ininterrupta em outra coisa. O representante clássico da concepção de devir foi Heráclito, que formulou



sua concepção de realidade através da expressão “tudo flui”. A categoria do devir está organicamente relacionada com a concepção dialética do mundo: em sua base está a ideia de que qualquer coisa, qualquer fenômeno, constitui uma unidade de opostos, de ser e de não ser [...] (Rosental & Iudin, 1973, p. 117).

Como dito, Heráclito comparava a natureza ao fogo. Para ele, o fogo representava o devir, o movimento constante do mundo e das coisas, assim como também a transição de um estado para o seu contrário. Dessa forma, a natureza não se caracteriza por algo estático, mas sim por um fluxo contínuo. Assim, Heráclito aponta para uma realidade que tem como fundamento a harmonia dos contrários. Essa

harmonia seria a responsável por manter o fluxo da natureza, das coisas e da vida como um todo.

Análise dos Fragmentos

Segundo D’Ottaviano e Gomes (2017), a doutrina da harmonia dos opostos, proposta por Heráclito promoveu interpretações diferentes e, às vezes, conflitantes no decorrer do desenvolvimento do pensamento ocidental. No século XX, a doutrina heraclitiana da harmonia dos opostos foi prontamente recordada como a primeira defesa sobre ideias opostas de estados serem tomadas como verdadeiras. A título de ilustração, é possível que Heráclito tenha violado os princípios aristotélicos da não-contradição e do terceiro excluído², e isso é evidenciado em sua escrita.

² “A é ou x ou é y e não há terceira possibilidade.” (Chauí, 2003, p. 63).



Heráclito possui cerca de 20 fragmentos sobre os opostos, nos quais há uma descrição de variadas classes de oposições. Nesses fragmentos, são descritas oposições evidentes e aparentes entre contrários, mas pressupõe-se que a intenção do filósofo fosse exprimir apenas as oposições evidentes. Nos fragmentos, existem três tipos diferentes de oposições relativas. No primeiro, são agrupados aqueles em que Heráclito deu uma explicação relativa à experiência do objeto, uma oposição perspectiva. Esse tipo de oposição é baseada na relação entre indivíduos de certo gênero, objetos e suas propriedades. Pode-se citar os seguintes trechos:

9 – Os asnos preferiam a palha ao ouro.

13 – (Os porcos) alegram-se na lama (mais do que na água limpa).

61 – O mar: a água mais pura e a mais abominável: aos peixes, potável e saudável; aos homens, impotável e prejudicial. (Bornheim, 1977, pp. 36-37, 40).

No fragmento 61, ao comparar homens e peixes, Heráclito deixa claro que os efeitos que a água do mar produz são totalmente diferentes em humanos e animais marinhos. Isso não significa a simultaneidade da água em ser boa e ruim, significa que é benéfica para alguns seres e prejudicial para outros. Assim como acontece nos fragmentos 9 e 13, nos quais há a comparação implícita entre os porcos deleitarem-se na lama e os asnos rejeitarem o ouro, e o homem detestar a lama e preferir o ouro.

No segundo tipo, são reunidos os fragmentos nos quais a existência de um dos integran-



tes do par de opostos depende da existência do seu respectivo antagonista para existir. Pode-se citar o fragmento 111 como exemplo: “A doença torna a saúde agradável; o mal, o bem; a fome, a saciedade; a fadiga, o repouso.” (Bornheim, 1977, p. 42). Nesse fragmento, cada um dos integrantes dos pares de opostos só ocorre por meio da existência do seu complementar, e representa mais o contraste entre coisas opostas que a semelhança entre elas.

Já no terceiro tipo, a oposição é denominada descritiva. Esse tipo de argumento é construído baseado no fato que alguns objetos comportam descrições distintas. Pode ser vista também como um oposto aparente, já que o mesmo objeto ou criatura pode ser entendido de diferentes perspectivas. O fragmento 59 demonstra isso: “O ca-

minho da espiral sem fim é reto e curvo, é um e o mesmo.” (Bornheim, 1977, p. 39). Nesse trecho, a espiral é o objeto que pode ser visto como composto, reto e curvo ao mesmo tempo, sendo duas descrições opostas da mesma criatura.

A análise do próximo fragmento, ao contrário dos anteriores, é feita via oposições que não são simplesmente relativas, mas que evidenciam a concepção de Heráclito a respeito da igualdade dos objetos, ações ou estados opostos: “60 - O caminho para baixo e o caminho para cima é um e o mesmo.” (Bornheim, 1977, p. 40). Heráclito, ao afirmar essa oposição, claramente ignora a existência do princípio da não-contradição que conhece-se atualmente. Mesmo que a exposição formal desse princípio ainda não tivesse sido feita naquele período, pode-se dizer que



qualquer pessoa dos séculos V e VI a.C. reconheceria uma contradição quando dita, evidenciando a perplexidade que as ideologias heraclitianas provavelmente causaram na época.

Cabe notar que Aristóteles se apoiava na teoria do fluxo, especialmente no “fragmento do rio” para pronunciar-se contra Heráclito: “49b – Descemos e não descemos nos mesmos rios; somos e não somos.” (Bornheim, 1977, p. 39). Esse trecho sustenta a teoria heraclitiana do fluxo, na qual todas as coisas estão mudando, a cada momento, com relação a algum aspecto. Outros dois fragmentos que também tratam da harmonia dos opostos, são os fragmentos 88 e 67, que sustentam a ideia de igualdade dos opostos por meio da teoria dos fluxos:

88 – Em nós, manifesta-se sempre uma e a mesma coisa:

vida e morte, vigília e sono, juventude e velhice. Pois a mudança de um dá o outro e reciprocamente.

67 – O Deus é dia e noite, inverno e verão, guerra e paz, abundância e fome. Mas toma formas variadas, assim como o fogo, quando misturado com essências, toma o nome segundo o perfume de cada uma delas. (Bornheim, 1977, pp. 40-41).

O fragmento 88 trata da transformação no estado das coisas que estão indiscutivelmente unidas. Já no fragmento 67, quando Heráclito menciona “deus” ele teria em mente o termo fogo, que abrange os contrários de maneira geral. Há também o fragmento 10: “10 – Correlações: completo e incompleto, concorde e discor-



de, harmonia e desarmonia, e de todas as coisas, um, e de um, todas as coisas.” (Bornheim, 1977, p. 36). Nesse fragmento, tem-se o monismo cósmico implícito ao projeto explicativo de Heráclito e, com isso, ele parece correlacionar opostos descrevendo a forte união que há entre tudo que existe. Seguindo essa visão, os opostos poderiam ser tomados como as contradições lógicas que se integram como algo completo, formado por uma negação e sua fórmula. A análise dessas afirmações com a utilização de categorias lógico-formais mostraria que Heráclito violara o princípio da não-contradição, mas mesmo assim, a sua explicação racional continua válida, por não tornar-se trivial diante de relatos infundados.

Em uma análise da teoria da harmonia dos opostos de Heráclito espelhada na lógica

do século XX, a conclusão seria que se trata de uma teoria contraditória. As ideias de Heráclito podem, segundo D’Ottaviano e Gomes (2017), “[...] ser vistas como um projeto explicativo que, se formalizado, pode descrever estados contraditórios, sem com isso acarretar sua trivialidade.” (p. 62). Por meio de suas doutrinas, destacam-se duas de três importantes temáticas: “(i) uma definição clara dos cânones lógico-clássicos de inferência, enunciação e discurso racional clássico; (ii) a verificação estrita do significado da contradição e suas consequências aos contextos lógico-rationais [...]” (D’Ottaviano & Gomes, 2017, p. 63).

As Ideias De Parmênides

De acordo com Russell (1957) e Marcondes (1997), diferentemente de Heráclito que



acreditava na mudança, para Parmênides nada muda. Ele foi o responsável por inventar a metafísica baseada na lógica. Da Natureza é o nome do poema que exprime a doutrina de Parmênides. Para ele, os sentidos são considerados enganadores e as inúmeras coisas sensíveis, mera ilusão. O ser verdadeiro é “o Único”, sendo este infinito e indivisível. Para Parmênides não existia opostos. Ao que tudo indica, na concepção dele o frio era apenas o “não quente” assim como o escuro representa apenas o “não claro”. Parmênides imaginava “o Único” como sendo material e extenso, falando inclusive dele como uma esfera. Porém, não o colocou como divisível pelo fato de um conjunto estar presente em toda parte.

Os ensinamentos de Parmênides dividem-se em duas partes: “o caminho da verdade”

e “o caminho da opinião”. Se tratando do caminho da verdade tem-se que “Não podes saber o que não é — isso é impossível — nem o manifestar [...]” (Russell, 1957, p. 61); e; “A coisa que pode ser pensada, e aquilo pelo qual existe o pensamento, é o mesmo; porque não podes encontrar uma ideia sem algo que é, e a respeito do qual ela se manifesta.” (Russell, 1957, p. 62). Desdobrando este argumento tem-se que ao pensar, presume-se que se pensar em algo e ao usar um nome, necessariamente tem que ser o mesmo nome de algo. Dessa forma, conclui-se que o pensamento requer objetos externos. O fato de falar e pensar em uma coisa tanto em um momento como em outro faz com que essa coisa tenha que existir em todos os tempos. Logo, não pode haver mudança. Fisicamente, o pensamento de Parmênides é revelado por Rus-



sell do seguinte modo:

O “é” significa que o mundo está cheio de matéria por toda parte. O espaço vazio simplesmente não existe, nem dentro nem fora. Além disso, deve haver igual quantidade de matéria em todos os lugares, caso contrário precisaríamos mencionar um lugar de menor densidade, que de certo modo não era, e isto é impossível. O “isto” deve existir igualmente em todas as direções e não pode alcançar o infinito, pois significaria que era incompleto. É incriado e eterno: não pode surgir do nada nem se dissolver no nada, nem pode surgir de algo, pois não existe nenhuma outra coisa além dele. (Russell, 1957, p. 35-36).

O argumento anterior foi o primeiro na filosofia sobre pensamento e linguagem que levava em consideração o mundo em geral. Esse não pode ser tomado como válido havendo argumentos que o encerra. A lógica de Parmênides surgiu em oposição à doutrina de Heráclito, em conjunto com a busca incessante da matemática pitagórica. Essa lógica tem como ideia central o trecho:

E agora vou falar; e tu, escuta as minhas palavras e guarda-as bem, pois vou dizer-te dos únicos caminhos de investigação concebíveis. O primeiro (diz) que (o ser) é e que o não-ser não é; este é o caminho da convicção, pois conduz à verdade. O segundo, que não é, é, e que o não-ser é necessário; esta via, digo-te, é imperscrutável; pois



não podes conhecer aquilo que não é – isto é impossível –, nem expressá-lo em palavra. (Bornheim, 1977, p. 54).

Parmênides, em seu escrito, faz a exclusão do devir, pois a mudança e a multiplicidade levariam o “Ser” a transformar-se no “não-Ser”. Nas palavras de Parmênides: “O Ser é e não pode não-Ser; o não-Ser não é e não pode Ser de modo algum.” (Bornheim, 1977, p. 55). Seu pensamento não aceita etapas intermediárias, pois é contra as mudanças. E em sua afirmação de que “[...] pensar e ser é o mesmo” (Bornheim, 1977, p. 55), Parmênides comprova a similaridade entre existência e pensamento. Assim, para Parmênides, a lógica está na essência e na própria definição “Ser”.

Segundo Cassirer

(2004), os gregos não faziam a distinção entre sujeito e objeto. Para eles, a racionalidade, os pensamentos e o entendimento das coisas eram coisas idênticas. Portanto, tudo pertence só a um e somente um cosmos. Parmênides foi o primeiro pensador a dizer que o mundo dos sentidos era um mundo de aparências, imaginário. O filósofo também iniciou a oposição existente entre a ideia de um mundo passível de mudanças e um mundo continuamente puro, sem a existência de informações oferecidas pelos sentidos. Disso vem a ideia de uma via verdadeira para a pesquisa, de onde surge a palavra “método”, que pode ter o significado reduzido a “caminho correto”.

Análise do Poema

A lógica parmenídica é vista como base para o desen-



volvimento de toda a filosofia ocidental e, considera-se Parmênides o pai da lógica não-métrica, ou seja, informal, enquanto Aristóteles é visto como o “pai da lógica” em si. Parmênides, em seu poema *Da Natureza*, mostra as condições para se chegar a um conhecimento metafísico-racional. Ele condena a contradição por acreditar que esta representa algo absurdo, o “não-Ser”. Para Parmênides a contradição conduz a algo que não pode ser compreendido sendo, portanto, o contraditório falso.

No fragmento do poema de Parmênides que se encontra no diálogo de Platão (1972) intitulado *O Sofista*, a figura da deusa o instrui a enxergar a via da verdade como a única passível a se atravessar, dentre as demais vias de investigação.

Anda daí e eu te direi
– e tu trata de levaras
as minhas palavras

contigo, depois de
as teres escutado -
os únicos caminhos
da investigação em
que importa pensar.
Um, que é e que é
impossível não ser,
é a via da persuasão
(por ser companheira
da Verdade); o ou-
tro, que não é e que
forçoso se torna que
não exista, esse te
declaro eu que é uma
vereda totalmente in-
discernível, pois não
poderás conhecer o
que não é – tal não é
possível- nem expri-
mi-lo por palavras.
(D’Ottaviano & Go-
mes, 2017, p. 64-65).

Aqui, são ilustradas as duas vias de investigação. A primeira via é a da verdade relativa, que expressa aquilo que “é”, o “Ser” sendo impossível “não-Ser”. Essa via é a única capaz de persuadir. A segunda via é a vereda do indiscernível, que tra-



ta do que não é e não pode ser. As vias descritas são vistas como restritas, uma vez que, ao seguir uma delas, conseqüentemente, não se pode seguir a outra. Em suma, Parmênides acreditava que não se pode conhecer algo que simultaneamente seja e não seja, por se tratar de estados completamente opostos e que não podem se conciliar. Com isso, é válido também conferir a ele a gênese do enunciado do princípio da não-contradição.

Os fragmentos parmenídicos apresentam as regras e enunciados do pensamento dedutivo. Nos mesmos, Parmênides explica as diferenças entre a afirmação e a negação e seus usos no pensamento racional. Sendo a afirmação e negação circunstâncias opostas e que não possuem um meio-termo. O fragmento de Kirk, Raven e Schofield (2013) mostra essa interpretação. Nela,

expõe-se a oposição entre a via da opinião e a vereda do indiscernível:

Forçoso é que o que se pode dizer e pensar seja; pois lhe é dado ser, e não ao que nada é. Isto te ordeno que ponderes, pois é este o primeiro caminho de investigação, do qual eu te afasto, logo, pois, daquele, com que vagueiam os mortais que nada sabem, gente dicéfal; é que a incapacidade lhes dirige no peito o pensamento errante, e são levados simultaneamente surdos e cegos, aturdidos, em hordas sem discernimento, que julgam que ser e não ser são e não são a mesma coisa; e que o caminho que todos eles seguem é reversível. (Kirk, Raven, & Schofield, 2013, p. 245).



O caminho da opinião discutido se refere àquele em que se encontram os que nada sabem, os que cometem erros e que concluem que “Ser” e “não-Ser” são e não são a mesma coisa. A segunda via apontada é a da vereda do indiscernível, que não representa a via da verdade devido aos obstáculos que apresenta.

As diferenças entre Heráclito e Parmênides

Segundo Marcondes (1997), o século V a.C. foi marcado por controvérsias existentes entre o monismo e mobilismo, os quais possuíam como representantes as doutrinas de Heráclito e Parmênides. Heráclito, considerado um dos principais representantes do mobilismo, que consiste na ideia de que a realidade caracteriza-se pelo fluxo constante e o movimento, tem como marca

a expressão “tudo passa”. Entretanto, sua filosofia não é tão simples como parece. O entendimento a respeito do logos representa o enfoque de seu pensamento, como explicitado no fragmento “Dando ouvidos não a mim, mas ao logos, é sábio concordar que todas as coisas são uma única coisa.” (Marcondes, 1997, p. 35). Desta maneira tudo está em constante movimento, entretanto a realidade dispõe de uma unidade básica, estando a unidade na pluralidade dos opostos. Heráclito apontava a realidade como marcada pelo conflito dos opostos, conflito este responsável por garantir o equilíbrio pela equivalência e reunião entre os opostos. Como dito anteriormente, o fogo é visto por Heráclito como um elemento primordial e a chama representando a realidade que para ele era dinâmica.

Já Parmênides é ca-



racterizado como monista e se opõe aos mobilistas, defendendo a existência de uma realidade única. Parmênides aparenta ser o pioneiro da distinção entre aparência e realidade, uma das distinções mais fundamentais da filosofia. Segundo Marcondes:

[...] o primeiro argumento contra o mobilismo consiste em caracterizar o movimento apenas como aparente, como um aspecto superficial das coisas. Se, no entanto, formos além de nossa experiência sensível, de nossa visão imediata das coisas, descobriremos, através do pensamento, que a verdadeira realidade é única, imóvel, eterna, imutável, sem princípio, nem fim, contínua e indivisível. (Marcondes, 1997, p. 36).

Por meio do pensamen-

to, deve-se procurar por aquilo que é fixo: só pode-se entender a mudança se existe algo que permaneça imutável, permitindo a identificação do objeto como o mesmo. Desse modo, o segundo argumento contra o mobilismo é baseado na lógica: a ideia do movimento possui como noção primitiva, a permanência. Logo, o movimento não pode ser visto como algo básico, determinante na caracterização do real.

Dos pré-socráticos, o texto mais extenso de que se tem conhecimento é o poema Da Natureza, no qual ele afirma que “aquilo que é não pode não ser”, formulando assim, um princípio lógico-metafísico que tem como finalidade a caracterização da realidade, em sua essência, como algo imutável. Parmênides também afirma que “é o mesmo o ser e o pensar”, que significa, nas palavras de Marcondes, “[...] que



a racionalidade do real e a razão humana são da mesma natureza, o que permite ao homem pensar o ser.” (1997, p. 36); e ele ainda completa dizendo: “Mas para poder pensar o ser, conhecê-lo, o homem deve seguir o caminho da Verdade, isto é, do pensamento, da razão, e afastar-se do caminho da Opinião, formada por seus hábitos, percepções, impressões sensíveis, que são ilusórias, imprecisas, mutáveis.” (1997, p. 36-37). Os dois fragmentos do poema possibilitam o entendimento do porquê de Parmênides ser considerado o pensador do “Ser”, podendo ser considerado, de certa forma, precursor da metafísica.

De maneira resumida, enquanto Heráclito apresenta a lógica do devir, Parmênides apresenta a lógica da identidade. Tem-se então, uma luta entre o uno e o múltiplo, entre o mo-

nismo e mobilismo. A lógica de Heráclito tem valores de verdade, representado pelos números 1, 0 e -1. Como exemplo, tem-se o 1 representando o quente, o -1 representando o frio e o 0 representando o morno. Sendo que, ser morno não significa necessariamente estar no meio do 1 e -1. De maneira geral, o 1 representa o verdadeiro, o -1 o falso e o 0, pode representar tanto um quanto o outro, ou a passagem entre eles. Retomando ao problema, o 1 nega o -1, e o -1 nega o 1. O 0 não pode negar o 0 pois leva à indefinição. Desse modo, deve-se optar pelo 1 ou pelo -1 como negações do 0. Se a negação do 0 coincidir com o verdadeiro, significa que de certa maneira o 0 estava no domínio do 1, do contrário, no domínio do -1. No entanto, como dito anterior ente, o 0 não é nem falso nem verdadeiro. Tem-se então que, de algum



modo, o âmbito do verdadeiro seria, simultaneamente, o âmbito do falso, havendo assim um paradoxo. Nesse esquema, a lógica de Parmênides atuaria com os números -1 ou 1, falso ou verdadeiro, respectivamente, o “não-Ser” e o “Ser”.

Retornando a um ponto de vista mais histórico, para Russell (1957), a filosofia de Heráclito é baseada na necessidade de um conhecimento prévio do cosmos, antes do conhecimento da consciência. O conhecer, não se resume apenas em pensar, mas também agir “Correlações: completo e incompleto, concorde e discorde, harmonia e desarmonia, e todas as coisas, um, e de um, todas as coisas.” (Bornheim, 1977, p. 36). A seu turno, a filosofia de Parmênides consiste na solução das instâncias intelectuais impostas ao pensamento e na sua identidade enquanto “Ser”.

A Lógica de Zenão

Conforme Marcondes (1997), Zenão é um dos filósofos pré-socráticos mais conhecidos devido aos paradoxos que elaborou defendendo a filosofia monista e contrapondo a ideia de movimento. Foi um importante filósofo não só pelos paradoxos criados e discussões sobre a questão do tempo e do movimento como também pela sua forma de argumentar. Zenão estreou uma nova forma de argumentação que utiliza seus paradoxos e aplica a chamada *reductio ad absurdum*. Esta tática parte da posição do adversário e tem como princípio mostrar que de onde ele partiu o leva a uma conclusão absurda. Os argumentos desenvolvidos por Zenão, em forma de paradoxos, foram considerados por Aristóteles como a origem da



dialética como técnica argumentativa. Kirk, Raven e Schofield (2013) fazem um interessante comentário sobre os paradoxos de Zenão:

Desconhecemos qual foi o princípio de organização seguido por Zenão ao ordenar os argumentos no livro ou livros que escreveu, a despeito das tentativas modernas para descortinar uma estrutura arquitetônica no seu desenvolvimento, ou, em todo caso, uma estratégia global. Segundo uma sugestão muito divulgada, os quatro paradoxos do movimento, discutidos por Aristóteles, formavam dois pares: um (o Estádio e Aquiles) supunha que espaço e tempo são infinitamente divisíveis, o outro (a Seta e as Fileiras em Movimento) que eles consistem de mínimos indivisíveis; e, em cada par, um dos argumentos reduzia ao absurdo a ideia do movimento do cor-

po, considerado em si mesmo, o outro, a ideia do seu movimento considerado em relação ao movimento de um outro corpo. (Kirk, Raven, & Schofield, 2013, p. 277).

O primeiro paradoxo que é discutido é o da dicotomia. Esse paradoxo leva à seguinte conclusão: não existe movimento, uma vez que para chegar até o fim do seu percurso, é necessário chegar primeiramente à sua metade³. Antes de percorrer todo o caminho, é preciso percorrer metade dele. Logo em seguida, antes de percorrer a outra metade, tem de percorrer metade da metade; percorridos três quartos, é preciso percorrer metade desse último quarto antes de percorrer todo restante do caminho, e assim sucessivamente. Ou seja, percorre-se um conjunto infinito

³ “[...] o movimento é impossível, porque o que se move teria que chegar à metade antes de chegar à meta final.” (Aristóteles, 2006, p. 181).



de intervalos, Figura 1.

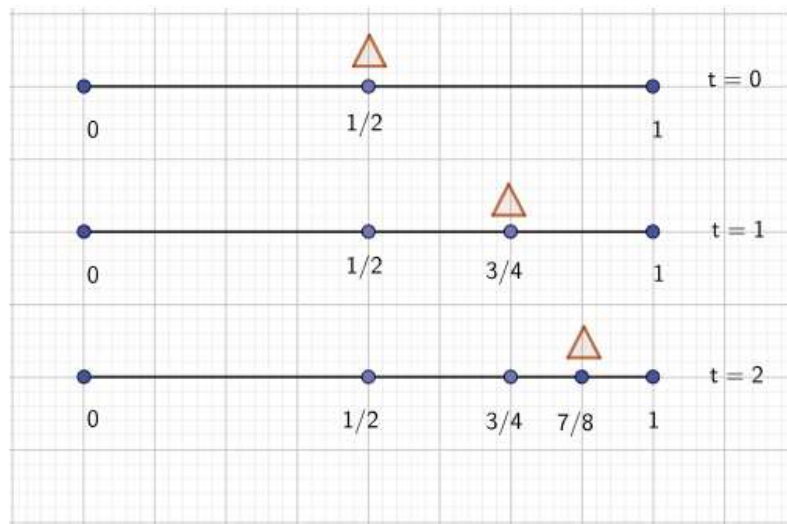


Figura 1 – A Dicotomia.

O segundo paradoxo é o de Aquiles e a tartaruga. Aquiles, o mais veloz dos corredores, em uma corrida, dá a vantagem à tartaruga de percorrer certa distância antes que o mesmo possa largar¹. Entretanto, não seria possível que Aquiles alcançasse a

tartaruga uma vez que ele precisaria percorrer a distância a que deu vantagem a tartaruga. Contudo, esta distância é divisível ao infinito, diminuindo, mas nunca se anulando por isso Aquiles jamais poderá alcançá-la, Figura 2.

¹ “[...] o corredor mais lento nunca poderá ser alcançado pelo mais veloz, pois o perseguidor teria que chegar primeiro ao ponto desde onde partiu o perseguido, de tal maneira que o corredor mais lento manteria sempre adiante.” (Aristóteles, 2006, p. 183).



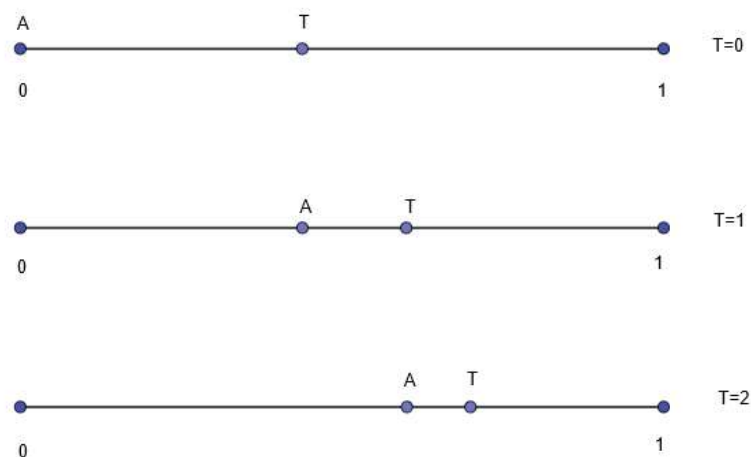
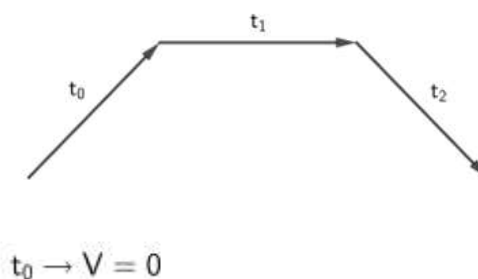


Figura 2 – Aquiles e a tartaruga.

Uma crítica feita a Zenão é a de ir contra o senso comum, pelo fato de ser fácil pensar que Aquiles naturalmente poderia ultrapassar a tartaruga.

O terceiro paradoxo é o da flecha. Esse paradoxo diz que uma flecha disparada fica imóvel em cada instante, pois seria im-

possível ocupar mais de uma posição no mesmo instante¹. Dessa forma, se o tempo consiste em uma soma de infinitos instantes, e em cada instante a flecha se encontra parada, a flecha permanecerá sempre imóvel, Figura 3.



¹ “[...] pretende que a flecha que voa está parada.” (Aristóteles, 2006, p. 183-184).



$$t_1 \rightarrow V = 0$$

$$t_2 \rightarrow V = 0$$

Onde t_n representa o tempo t no instante n ; e V é a velocidade da flecha neste dado instante

Entretanto, o que torna Zenão diferente dos demais é que o mesmo introduziu à filosofia, uma nova interpretação que separa o senso comum e as experiências que nos cercam. Utilizando-se de uma linguagem diferenciada e com conceitos específicos que não podem ser analisados de forma convencional.

Introdução a reductio ad absurdum

Zenão obteve destaque no mundo da filosofia ocidental, grande parte pelas conclusões que chegou utilizando esquemas de inferência apagógicos, ou seja, raciocínio que leva ao absurdo, reductio ad absurdum.

A dialética era, para Zenão, uma forma de trabalhar o raciocínio e a discussão. Zenão contribuiu para a filosofia e a história da lógica, afirmando ainda, “[...] independentizou de seu contexto conceitual certos procedimentos formais utilizados já por Parmênides - entre eles o reductio ad absurdum – e se serviu deles para argumentar a favor e contra determinadas hipóteses”. (D’Ottaviano & Gomes, 2017, p. 70).

Os escritos deixados por Zenão possuíam argumentos contra a pluralidade e seriam cinco argumentos nos quais ele expressa essa oposição: (i) acerca do semelhante e do dessemelhante; (ii) sobre o uno e o múltiplo; (iii) relativo ao repouso e ao mo-



vimento; (iv) o que se refere ao grande e pequeno; e; (v) a respeito do finito e infinito¹.

Como exemplo, de acordo com as palavras de Burnet: “[a1] Se os seres são múltiplos, [a2] então é preciso que eles sejam tanto semelhantes quanto dissemelhantes, mas [b] que isso é impossível, pois [c] nem as coisas dessemelhantes podem ser semelhantes [d] nem as semelhantes, dessemelhantes”. (D’Ottaviano & Gomes, 2017, p. 72). A teoria de Zenão consistia em negar uma hipótese, dessa forma é uma *reductio ad absurdum*, pois a ideia de contradição deve ser excluída a fim de que se respeite a lógica. No que diz respeito ao argumento do finito e do infinito em Zenão, Simplício afirmou:

Ao demonstrar uma vez

1 Acredita-se que os escritos de Zenão seriam antinomias compostas de antítese, contraposição, contradição, oposição e absurdo, esta última aqui tratada.

mais, que se há muitas coisas, estas mesmas são limitadas e ilimitadas, Zenão escreve textualmente o seguinte: [a1] “Se há muitas <coisas>, [a2] necessário é que elas sejam tantas quantas existem, e nem mais nem menos do que estas. Mas [a2] se não tantas quantas existem, [b] terão de ser limitadas. [a1] Se há muitas <coisas>, [c] são ilimitadas as coisas existentes [d] pois há sempre outras entre as coisas que existem e [e] de novo outras no meio delas. E assim [c] as coisas que existem são ilimitadas. (D’Ottaviano & Gomes, 2017, p. 73).

2Reductio ad Absurdum

2 “Uma contradição é qualquer wff [well-formed formula – fórmula bem formada] da forma , isto é, uma conjunção cujo segundo conjunção é a negação do primeiro. A wff pode ser atômica ou composta. A principal característica das contradições é que elas não são verdadeiras. Como a negação torna verdadeiro um enunciado falso e falso um enunciado verdadeiro, é impos-



A redução ou reductio, como chamada aqui, é: “[...] uma das formas que expressam a conexão de uma teoria lógica ou científica em geral. Na lógica matemática, expressa na forma de teoria dedutiva, a redução

sível que os conjuntos de uma contradição sejam ambos verdadeiros. Mas, uma conjunção é verdadeira somente se ambos os seus conjuntos são verdadeiros. Daí, é impossível que uma contradição seja verdadeira. Suponhamos que, dadas certas suposições, podemos derivar validamente uma contradição a partir de uma hipótese. Como a derivação é válida e, contudo, chega-se a uma conclusão falsa, pelo menos uma de suas suposições deve ser falsa, pois, se todas elas fossem verdadeiras, a conclusão (pela definição de validade) teria de ser verdadeira. Assim, se as suposições dadas são verdadeiras, a hipótese deve ser falsa. Isto é, a falsidade da hipótese segue validamente das suposições dadas. Isso é a base da RAA [reductio ad absurdum]. Redução ao absurdo (RAA): Dada uma derivação de uma contradição a partir de uma hipótese, podemos descartar a hipótese e inferir.” (Nolt & Rohatyn, 1991, p. 122).

aparece como um procedimento para obter axiomas a partir das proposições correspondentes da teoria.” (Rosental & Iudin, 1973, p. 393).

Assim, conforme definição de Abbagnano (2003), redução significa uma “Transformação de um enunciado em outro equipolente mais simples ou mais preciso, ou capaz de revelar a verdade ou a falsidade do enunciado originário.” (p. 836). Neste caso, a reductio ad absurdum é uma demonstração de um teorema que se inicia com a suposição que uma hipótese é verdadeira e a tese é falsa. Na lógica formal é verdadeira. A partir daí, deduz-se que, uma outra proposição seja falsa e a conclusão que se chega é que esta é ao mesmo tempo verdadeira e falsa, gerando assim o absurdo. Logo, é falsa, e porque p é verdadeira, e esta é a hipótese do teorema, tem-se que é falsa,



ou seja, q é verdadeira. (Nerici, 1985).

No entanto, a melhor maneira de se explicar a redução ad absurdum modernamente é através de exemplos matemáticos. Por essa razão, selecionou-se quatro deles.

1. Em um triângulo no plano, não podem existir dois ângulos internos obtusos, isto é, ângulos internos com medida de seus ângulos superiores a noventa graus. Prova: Sabe-se que, no triângulo abaixo, representado pela Figura 4, a soma dos ângulos internos do triângulo é 180° , isto é, $\hat{A} + \hat{B} + \hat{C} = 180^\circ$, com $\hat{A}, \hat{B}, \hat{C} > 0$.

Supõe-se, sem perda de generalidade, que \hat{A} e \hat{B} sejam maiores que 90° . Desse modo, $\hat{A} + \hat{B} > 180^\circ \Leftrightarrow -(\hat{A} + \hat{B}) < -180^\circ$.

Assim, tem-se que: $\hat{C} = 180^\circ - (\hat{A} + \hat{B}) < 180^\circ - 180^\circ = 0 \Rightarrow \hat{C} < 0$

2. A soma de um número racional e um número irracional é um número irracional. Prova: Seja q um racional e u um irracional. Suponha por absurdo que $q + u = r$, com $r \in \mathbb{Q}$ (este é o conjunto dos números racionais). Escreva $q = m/n$, $r = a/b$, onde $m, n, a, b \in \mathbb{Z}$, e n, b diferentes de zero. Tem-se

$$q + u = \frac{m}{n} + u = \frac{a}{b} = r$$

$$u = \frac{a}{b} - \frac{m}{n} \quad (1)$$

$$u = \frac{an - bm}{bn} \quad (2)$$

Com isso tem-se que u é um número racional, já que o produto e a diferença de inteiros é um inteiro, e além disso bn . Sendo assim, chega-se a um absurdo, uma vez que u é irracional pela hipótese e u também é racional através da demonstração proposta.

O resultado a seguir será usado na prova do exemplo



seguinte.

Lema de Euclides: Se p é um inteiro primo e p divide ab , então $p|a$ ou $p|b$, onde o símbolo $|$ denota que o lado esquerdo divide o lado direito. (Shokranian, Soares & Godinho, 1999).

3. \sqrt{p} é irracional se p é um número natural primo Prova: Suponha-se que $\sqrt{p} \in \mathbb{Q}$ onde \mathbb{Q} é o conjunto dos números racionais. Assim, \sqrt{p} pode ser escrito como: $\sqrt{p} = \frac{m}{n}, m, n \in \mathbb{Z}, n \neq 0$, onde o $\text{mdc}(m, n) = 1$ (neste caso m/n é dito uma fração irredutível). Tem-se: $p = (\sqrt{p})^2 = \left(\frac{m}{n}\right)^2 = \frac{m^2}{n^2} \Rightarrow p \cdot n^2 = m^2$. Assim, pelo Lema de Euclides, como $p|m^2$, então $p|m$ ou $p|n$, isto é $p|m$. Portanto existe um inteiro a de modo que $m = ap$. Porém, observe que $p = \frac{m^2}{n^2} = \frac{(ap)^2}{n^2} = \frac{a^2 \cdot p^2}{n^2} \Rightarrow p \cdot n^2 = a^2 \cdot p^2$ logo $n^2 = a^2 \cdot p$, o que implica que $p|n^2$ e pelo Lema de Euclides, $p|n$. Logo, tem-se que: $\text{mdc}(m, n) = pb$, para algum $b \in \mathbb{N}$

, $b > 0$. O que leva a uma contradição, pois $\text{mdc}(m, n) = 1$.

Antes de provar o próximo exemplo, lembre-se que $A \subset X$ se todo elemento $a \in A$, satisfaz $a \in X$.

4. O conjunto vazio é um subconjunto de cada conjunto X , denotando-se: $\emptyset \subset X$. Prova: Suponha por absurdo que: $\emptyset \not\subset X$. Logo existe um $y \in \emptyset$ com $y \in X$. Como não é possível que exista $y \in \emptyset$, caso contrário o conjunto não seria vazio, provou-se por absurdo que o conjunto vazio é um subconjunto de X .

CONCLUSÃO

A divergência na ideologia de Heráclito e Parmênides deu origem a duas grandes correntes lógico-científicas da era pré-socrática. Uma delas acredita na pluralidade e que as experiências são de grande importân-



cia na construção da realidade, e que a oposição e o conflito entre os constituintes da realidade caracterizam-na, não sendo algo negativo. A outra corrente defende a existência do único, do estável, do eterno, perfeito; o que não ocorre de forma rápida, sendo apresentado ao longo das experiências vividas. É possível dizer que esse conflito não pode ser desfeito, pelo fato de não haver uma explicação ou teoria que revele quem tem razão estando essa discussão sempre em aberto na filosofia.

Segundo A Enciclopédia de Termos Lógicos-filosóficos de Branquinho, Murcho e Gomes (2005), a obra de Heráclito, da qual restaram apenas fragmentos, ficou famosa na antiguidade clássica pela profundidade de seu pensamento e pela natureza enigmática de sua exposição. Segundo Heráclito, a

substância da natureza é o fogo, o mais suscetível de mudança e o mais móvel. Do fogo vem o mundo inteiro, as coisas singulares e até a alma. A vida da natureza é um processo incessante de movimento. Nesse processo, tudo e toda propriedade são transformados em seu oposto: o frio fica quente; o quente, frio, e assim por diante. Como tudo que muda incessantemente, é renovado, não é possível entrar duas vezes no mesmo rio: águas novas banham quem entra pela segunda vez. A universalidade da mudança e a passagem de cada propriedade para o seu oposto tornam todas as qualidades relativas. Na base do conhecimento estão as sensações. Se alguma coisa fosse ocultada da luz perceptível pelos sentidos, não poderia escapar à luz da razão. Heráclito contrasta sua concepção do mundo com a concepção de mundo que tem a



maioria de seus contemporâneos e concidadãos.

Em contrapartida, Parmênides, natural de Eléia, era uma figura governante da escola eleata. Ele representou o mundo sob o aspecto de uma esfera imóvel e totalmente completa. Contrapôs, a doutrina da verdade, a do verdadeiro eu como um, eterno, imóvel, indivisível, sem vazios e a doutrina de opinião de que há uma multiplicidade das coisas por vir. Parmênides era radicalmente contrário a ideia de as coisas existirem, se moverem e estarem separadas por um vazio. A doutrina da verdade é confiável e a doutrina da opinião só é crível. O filósofo orientou conscientemente a doutrina da verdade contra a dialética de Heráclito e seus discípulos. A desconfiança do testemunho dos sentidos e do alto valor do conhecimento especulativo, introduzem, na doutrina

de Parmênides, um elemento forte de racionalismo.

Mesmo pertencendo a escolas filosóficas antagônicas, Heráclito e Parmênides possuíam em comum o fato de terem formulado um raciocínio coerente para explicar a realidade primeira e última de todas as coisas. Esses raciocínios eram opostos e inconciliáveis, mas completos em si. A principal divergência entre eles estava na discussão sobre a origem das coisas, da mudança e do fim. Para Heráclito, o mutável representava o real e o imutável o ilusório. Nesse contexto, o mundo seria contínuo, onde tudo muda e está em constante mudança, e as coisas que nele existem se transformam em seu contrário. Já Parmênides afirmava que apenas o imutável é real sendo a mudança ilusória. Segundo Cassirer (2004) e D'Ottaviano e Gomes (2017), Parmênides ex-



plicava o devir, que significa o fluxo dos contrários, como algo que representava o sensível, uma conclusão originada pela interpretação equivocada da realidade que se confunde com as sensações, percepções e lembranças. Foi buscando uma solução para a divergência entre essas doutrinas que surgiu a lógica, cujo objetivo é estudar as diferentes formas de argumentação válidas, que levam a uma verdade.

Zenão, enquanto discípulo de Parmênides, é conhecido por seus paradoxos lógicos, que levantam de maneira negativa, e até mesmo absurdas as questões importantes sobre a natureza dialética do movimento. Para Zenão, o “Ser” não é contraditório e, se é, é imaginário ou aparente. Os paradoxos de Zenão mostram que: 1) logicamente é impossível conceber a multiplicidade das coisas; e; 2) o movimento leva

a uma contradição. Os mais conhecidos são os seus paradoxos contra a possibilidade de movimento: a dicotomia, Aquiles e a tartaruga, a flecha e o estádio. Esses paradoxos estão na origem da *reductio ad absurdum*.

Finalizando, segue um resumo dos resultados matemáticos tratados neste artigo que utilizaram a *reductio ad absurdum*, com ênfase em uma prova de um caso particular do exemplo 3, aprofundando na identificação da estrutura da prova.

1. Não pode existir dois ângulos internos obtusos em um triângulo planar.

2. A soma de um número racional e um número irracional é um número irracional.

3. \sqrt{p} é irracional se p é primo, com $p \in \mathbb{N}$. Por exemplo, o número $\sqrt{2}$ é geralmente utilizada para exemplificar essa situação. Baseado em Venezuela



e Paludetto (2005), a partir de q : $\sqrt{2}$, é um número irracional, assume-se que seja válido $\neg q$: $\sqrt{2}$, é um número racional; isto é; $\frac{a}{b} = \sqrt{2}$ ($v(\sim q) = V$), onde v significa o valor lógico da proposição q . Pelo fato de $\sqrt{2}$, ser suposto racional, podemos sem perda de generalidade considerar também que seja válida a proposição p : $\frac{a}{b}$ é uma fração irredutível ($v(p) = V$). Esta proposição é equivalente à proposição r : $\text{mdc}(a,b)=1$ ($v(r)=V$). Assim, é construída a proposição composta: $p \wedge \sim q$. Na sequência das ideias temos $a = \sqrt{2}b \Rightarrow a^2 = 2b^2$ e a^2 é par. Então, existe um inteiro α , tal que $a = 2\alpha$. Utilizando este resultado na equação anterior obtemos: $(2\alpha)^2 = 2b^2 \Rightarrow 4\alpha^2 = 2b^2 \Rightarrow b^2 = 2\alpha^2$ logo b^2 é par. Mais uma vez, b é par, ou seja, existe um inteiro β , tal que $b = 2\beta$.

Portanto, $a = 2\alpha$ e $b = 2\beta$

, o que faz com que $\text{mdc}(a,b) \geq 2$,

isto é, $\text{mdc}(a,b) \neq 1$. Portanto, $v(r)=F$.

O absurdo surge ao considerar que $v(\sim q)=V$, logo tem-se $v(\sim q)=F$ o que implica que $v(q)=V$. Conclusão: $\sqrt{2}$ é um número irracional.

4. O conjunto vazio é um subconjunto de todo conjunto X .

Referências

Abbagnano, N. (2003). Dicionário de Filosofia. São Paulo: Martins Fontes.

Aristóteles. (2006). Física. Livro VII. Traduzido por P.H. Wicksteed e F.M. Cornford. Londres: Harvard University Press.

Bornheim, G. (1977). Os Filósofos Pré-Socráticos. São Paulo: Cultrix.



- Branquinho, J., Murcho, D., & Gomes, N.G. (2005). Enciclopédia de Termos Lógico-Filosóficos. Retirado em 11 de maio, 2019, de: <https://philarchive.org/archive/JOOEDT>.
- Cassirer, E. (2004). A filosofia das formas simbólicas. São Paulo: Martins Fontes.
- Chauí, M.S. (2003). Convite à Filosofia. (13a ed.). São Paulo: Ática.
- Conford, F.M. (1957). Plato's Theory of Knowledge. Nova York: The Liberal Arts Press Inc.
- D'Ottaviano, I.M.L., & Gomes, E.L. (2017). Para além das colunas de Hércules, uma história da paraconsistência: de Heráclito a Newton da Costa. São Paulo: Editora da Unicamp.
- Nolt, J., & Rohatyn, D. (1991). Lógica. Coleção Schau. São Paulo: Makro Books do Brasil e McGraw-Hill.
- Jeager, W. (2003). Paidéia: A formação do Homem Grego. São Paulo: Martins Fontes.
- Kirk, G.S., Raven, J.E., & Schofield, M. (2013). Os filósofos pré-socráticos. (7a ed.). Digitalizado em 26 de mai. 2013. Lisboa: Calouste Gulbenkian.
- Lakatos, E.M., & Marconi, M.A. (2005). Fundamentos de Metodologia Científica. (6a ed.). São Paulo: Atlas.
- Marcondes, D. (1997). Iniciação à História da Filosofia. Rio de Janeiro: Zahar.
- Nerici, I.G. (1985). Introdução à lógica. (9a ed.). São Paulo: Livra-



ria Nobel S. A.

Platão. (1972). O Sofista. Tradução Jorge Paleikat e João Cruz Costa. In: Os Pensadores. São Paulo: Victor Civita.

Rosental, M., & Iudin, P. (1973). Dicionário Filosófico. Havana: Editora Política.

Russell, B. (1957). História da Filosofia Ocidental. Tradução Brenno Silveira. São Paulo: Companhia Editorial Nacional.

Shokranian, S., Soares, M., & Godinho, H. (1999) Teoria dos números. (2a ed.). Brasília: Editora Universidade de Brasília.

Venezuela, A.L., & Paludetto, T.R.V. (2005). A lógica da demonstração pela redução ao absurdo. Avesso, 3(3), 62-76.

